

# Eläkevakuuttaminen epävarmassa sijoitusympäristössä

Kassavirtaperusteinen riskienhallinta

*Petri Hilli – Teemu Pennanen*

Kustantaja: Taloustieto Oy

ISBN 978-951-628-552-1  
ISBN 978-951-628-555-2 (PDF)  
Painopaikka: Unigrafia Oy, Helsinki, 2012

## Tiivistelmä

Tässä kirjassa on tutkittu kuinka TyEL-järjestelmän eläkkeiden rahoitusta voitaisiin kehittää eläkevarallisuuden käytön ja riskienhallinnan tehostamiseksi. Ehdotettujen toimenpiteiden tueksi on esitetty pitkän aikavälin riskienhallintaa tukevia menetelmiä vastuuvelan ja vakuutusmaksun laskentaan sekä työeläkelaitosten valvontaan. Menetelmät vastaavat Solvenssi II-direktiivin periaatteita ja sosiaali- ja terveysministeriön asettaman, työeläkejärjestelmän vakavaraisuussäätelyn uudistamista selvittäneen asiantuntijatyöryhmän suosituksia.

Esitetyt menetelmät ottavat huomioon eläkkeiden rahoitukseen liittyvät olennaisimmat riskit eläkeoikeuksien kuolettumiseen saakka. Näin saadaan perinteisiä diskonttolaskelmia realistisempi kuva eläkevarallisuuden riittävydestä epävarmassa tulevaisuudessa. Vastaava ns. run-off-menetelmä on kasvattanut suosiotaan mm. yhdysvaltalaisissa eläkelaitoksissa, sillä se on vastasyklinen, helposti ymmärrettävä ja se tukee varojen ja vastuiden yhtensovittamista. Sijoittamalla eläkevarallisuus siten, että sen tuotot vastaavat mahdollisimman hyvin tulevia eläkemenoja, voidaan pienentää sekä riskejä että eläkkeiden kustannuksia. Vastaavat hyödyt olisivat saavutettavissa myös TyEL-järjestelmässä, sillä esitetyt mallit ovat helppokäyttöisiä ja soveltuvat hyvin pientenkin eläkelaitosten käyttöön.

Esitetty eläkkeiden todellisiin kassavirtoihin perustuva vakavaraisuuskehikko on luonteeltaan vastasyklinen, sillä se ei ole riippuvainen lyhyen aikavälin markkinahäiriöistä ja se pystyy helposti käsittelemään rahoitusinstrumentteja, joille ei ole likvidejä jälkimarkkinoita. Vakavaraisuuskehikko ottaa huomioon monia olennaisia riskitekijöitä, kuten luotto- ja pitkäikäisyysriskit, ja toisaalta monia nykyisin hankalasti käsiteltäviä sijoitusluokkia kuten optiot ja muut johdannaiset.

Kirjassa on esitetty myös eläkevakuuttajan vara- ja vastuumalli, joka laajentaa aikaisempia kirjallisuudessa esitettyjä malleja kuvaamalla yritys- ja inflaatioisidonnaisten lainojen tuottoihin sekä kuolevuuteen ja työllisyysasteeseen liittyviä riskejä. Mallilla voidaan tutkia monia ajankohtaisia kysymyksiä eläkejärjestelmässä sekä laitos- että järjestelmätasolla, kuten esimerkiksi elinajan odotteeseen ja työllisyysasteeseen sidotun eläkeiän vaikutuksia eläkejärjestelmän rahoituksen kestävyYTEEN.



## **Kiitokset**

Kiitämme Heikki Palmia sosiaali- ja terveysministeriöstä, Timo Löyttyniemeä ja Kati Vesteristä Valtion Eläkerahastosta sekä Tarmo Valkosta Elinkeinoelämän Tutkimuslaitoksesta hyödyllisistä keskusteluista, joista on ollut suuri apu tutkimuksen aikana. Kiitämme sosiaali- ja terveysministeriötä sekä Valtion Eläkerahastoa tutkimuksen rahoittamisesta ja Eläketurvakeskusta lähtötietojen toimittamisesta.

Helsingissä 26.4.2012

Petri Hilli

Teemu Pennanen



# Sisältö

<b>1</b>	<b>Johdanto</b>	<b>9</b>
1.1	TyEL-järjestelmän erityispiirteitä . . . . .	10
1.2	Kassavirtaperusteinen riskienhallinta . . . . .	12
1.3	Toimenpide-ehdotuksia . . . . .	14
<b>2</b>	<b>Kassavirtaperusteinen vastuuvulka</b>	<b>19</b>
2.1	Vastuuvulka riskittömässä maailmassa . . . . .	21
2.2	Vastuuvulka epävarmassa maailmassa . . . . .	24
2.3	Markkinakonsistentti vastuuvulka . . . . .	28
2.4	Yhteenveto . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Kassavirtaperusteinen vakuutusmaksu</b>	<b>33</b>
3.1	Vakuutus sopimus . . . . .	34
3.2	Vakuutusmaksu riskittömässä maailmassa . . . . .	36
3.2.1	TyEL-vanhuuseläkkeiden edellyttämä vakuutusmaksu . . . . .	37
3.2.2	Vertailu nykyiseen TyEL-järjestelmään . . . . .	40
3.3	Vakuutusmaksu epävarmassa maailmassa . . . . .	43
3.3.1	TyEL-vanhuuseläkkeiden edellyttämä vakuutusmaksu . . . . .	44
3.3.2	Vertailu nykyiseen TyEL-järjestelmään . . . . .	46
3.4	Vakiomaksu . . . . .	47
3.5	Yhteenveto . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Kassavirtaperusteinen vakavaraisuuskehikko</b>	<b>51</b>
4.1	Nykyinen vakavaraisuuskehikko . . . . .	53
4.2	Kassavirtaperusteinen vakavaraisuuskehikko . . . . .	55
4.3	Yhteenveto . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Eläkevakuuttajan vara- ja vastuumalli</b>	<b>59</b>
5.1	Eläkemeno . . . . .	60
5.1.1	Palkkakerroin ja työeläkeindeksi . . . . .	62
5.1.2	Palkkasumma ja uudet eläkeoikeudet . . . . .	62
5.1.3	Kuolevuusriskit . . . . .	63
5.2	Sijoitustuotot . . . . .	64
5.3	Riskitekijöiden mallinnus . . . . .	65
5.3.1	Mallin kalibrointi . . . . .	67
5.3.2	Mallin simulointi . . . . .	69
5.4	Tuloksia . . . . .	80
5.4.1	Eläkemeno ja palkkasumma . . . . .	80
5.4.2	Sijoitustuotot . . . . .	87
5.5	Yhteenveto . . . . .	90
	<b>Kirjallisuutta</b>	<b>91</b>





# Luku 1

## Johdanto

Yksinkertaisin eläkejärjestelmä on keskitetty jakojärjestelmä, jossa kunkin vuoden eläkemeno katetaan suoraan eläkemaksulla. Etuusperusteisten<sup>1</sup> eläkkeiden rahoituksessa jakojärjestelmän ongelmana on, että jos palkkasumman suhde eläkemenoon laskee esimerkiksi ikärakenteen, ansiotason tai työllisyysasteen muuttuessa, joudutaan työeläkemaksua nostamaan. Eläkkeiden rahoituksen tarkoitus on siirtää tätä riskiä tulevilta palkansaajilta sellaisille ta-  
hoille, joilla on suurempi riskinkantokyky ja/tai -halukkuus. Siirto toteutetaan vakuutus sopimuksilla, joissa määritellään sopimuksen osapuolet ja vakuutettu riski. Riskien kustannustehokas siirto edellyttää, että vakuutus sopimukset vastaavat niitä riskejä, joilta halutaan suojautua ja toisaalta, että sopimukset ovat riittävän yksinkertaisia ja läpinäkyviä, jotta vakuuttaja kykenee arvioimaan vakuutusten kustannukset. Vakuutusjärjestelyn yksinkertaisuus on olennaista sekä vakuutetun että vakuuttajan riskienhallinnan kannalta.

Tässä kirjassa tarkastellaan etuusperusteisten työeläkkeiden vakuuttamista epävarmassa sijoitusympäristössä. Koska eläkkeiden, eläkevakuutusten ja vakuutusten katteena olevan varallisuuden tuottamiin kassavirtoihin liittyy huomattavaa epävarmuutta, on tehokkaan vakuutusjärjestelyn suunnittelu ja toteutus haastava tehtävä. Kirjassa on tutkittu kuinka eläkevakuuttaminen on toteutettu nykyisessä TyEL-järjestelmässä ja kuinka sitä voitaisiin kehittää nykyaikaisten riskienhallintaperiaatteiden mukaisesti. Ehdotettujen toimenpiteiden tueksi on esitetty kvantitatiivisia riskienhallintamenetelmiä,

---

<sup>1</sup>Etuusperusteisessa eläkejärjestelmässä eläke-etuudet sovitaan ensin ja vakuutusmaksu asetetaan siten, että vakuuttaja kykenee kohtuudella arvioiden maksamaan sovitut eläke-etuudet kun sekä vakuutuksiin että sijoitusmarkkinoihin liittyvät riskit otetaan huomioon. Maksuperusteisessa järjestelmässä eläkemaksu sovitaan ensin, ja eläke-etuudet riippuvat vakuuttajan sijoitustoiminnan onnistumisesta ja vakuutetun eliniän pituudesta. Maksuperusteisessa eläkejärjestelyssä vakuutettu kantaa siis riskit.

jotka soveltuvat vakuutettujen, vakuuttajan ja valvonnan käyttöön. Esitetyt menetelmät soveltuvat myös muiden vakuutuslajien riskienhallintaan ja ne vastaavat esimerkiksi Solvenssi II-direktiiviä sekä Kansainvälisen vakuutusvalvojen liiton (IAIS) suosituksia.

## 1.1 TyEL-järjestelmän erityispiirteitä

Nykyisessä TyEL-järjestelmässä on monia piirteitä, jotka vaikeuttavat eläkevakuuttamiseen liittyvää riskienhallintaa.

1. TyEL-järjestelmän suurimpia ongelmia on eläkelaitosten vakuuttamien eläkkeiden osien maksuperusteisuus, mikä ei vastaa etuusperusteisten eläkkeiden rahoitustarvetta. Etuusperusteisen eläkemenon ja maksuperusteisen eläkevakuutuksen suhde vaihtelee ja siihen liittyvän riskin kantavat viime kädessä tulevat sukupolvet; katso esimerkiksi [49, s.12].
2. TyEL-järjestelmälle omaksuttu neljän prosentin keskimääräinen reaalityöttötavoite ei vastaa työeläkevakuuttamisen perimmäistä tarkoitusta työeläkemaksun nousupaineen hallinnassa. Työeläkemaksun kehitys riippuu pitkällä aikavälillä eläkemenojen ja rahastoitujen eläkevarojen keskinäisestä kehityksestä. Kiinteän tuottotavoitteen saavuttaminen ei takaa eläkevarojen riittävyyttä, sillä hyvätkään sijoitustuotot eivät auta jos sijoitusvarallisuus on päässyt alenemaan liikaa suhteessa kertyneisiin eläkeoikeuksiin. Kiinteä tuottotavoite ei vastaa yleistä riskienhallintaperiaatetta sijoitusallokaation mukauttamisesta vastuisiin. Hyvät sijoitustuotot ovat arvokkaampia silloin kun eläkemenot ovat suuret.
3. Nykyinen tapa määritellä rahastoitava työeläkevakuutusmaksu ja vakavaraisuuslaskennassa käytetty vastuovelka ei ota huomioon tulevien vuosikymmenien päähän ulottuvien kassavirtojen epävarmuutta johdonmukaisesti. Vastuovelka ei ota huomioon myöskään tulevia rahastoonsiirtoveltoiteita. Esimerkiksi Kansainvälisen vakuutusvalvojen liiton (IAIS) suositusten [27, Structure element 5] ja Solvenssi II:n mukaan vastuuelan tulisi perustua vakuutusten tuottamiin todellisiin kassavirtoihin.
4. Vakuutus sopimusten katteeksi varatun pääoman (vastuuelan) ja rahastoitavan vakuutusmaksun riittävyyteen vaikuttavat vakuutusriskien lisäksi myös vastuiden katteena olevan sijoitusvarallisuuden tuotot. Perinteisessä vakuutusmatematiikassa ja erityisesti TyEL:n laskuperusteissa, eläkkeiden rahastoitujen osien vastuuelka määritellään olet-

taen, että sijoitukset tuottavat vuosittain etukäteen määrätyn diskonttoron verran. Tämä ei kuitenkaan vastaa nykyisten vakuutuslaitosten sijoitustoimintaa. Sijoitusvarallisuuden tuotto riippuu sekä vakuuttajan sijoitusstrategiasta että sijoitusmarkkinoiden kehityksestä, mihin liittyy huomattavaa epävarmuutta.

5. Sijoitusstrategian valinnalla sijoitusvarallisuuden tuottoja voidaan pyrkiä mukauttamaan vastaamaan vakuutettuja eläkemenoja. Etuusperusteisten työeläkkeiden riskejä ei voida kuitenkaan täysin suojata, joten pääomavaatimusten ja maksutason sopivuuden arviointi riippuu olennaisesti arvioijan riskipreferensseistä. Nykyjärjestelmässä vastuuvetäjä ja rahastoitava työeläkemaksu eivät kuitenkaan riipu yleisesti tunnistetuista riskeistä eivätkä vakuuttajan/valvojan riskipreferensseistä.
6. Työeläkelaitosten vakavaraisuusrajan on valvonnassa ja julkisuudessa kiinnitetty paljon huomiota. Vastuuvetäjän edellä mainittujen ongelmien vuoksi vakavaraisuusasema (toimintapääoma suhteessa vakavaraisuusrajan) ei kuitenkaan kuvaa työeläkeyhtiöiden maksukykyä tulevien eläkkeiden rahastoitujen osien maksamisessa. Vaikka vastuuvetäjä kattaisikin eläkelaitosten vastuulla olevat riskit, eläkelaitosten vakavaraisuusasema ei kuvaa eläkejärjestelmän rahoituksellista kestävyyttä, koska eläkelaitosten vastuulla olevat rahastoidut eläkkeiden osat eivät suoraan liity tulevaan etuusperusteiseen eläkemenoon.

TyEL:n vakavaraisuusraja on lisäksi myötäsyklinen. Nykyinen vakavaraisuusraja perustuu eläkeoikeuksien diskonttaukseen ja sijoitusten mallintamiseen yhden vuoden horisontilla. Vastuuvetäjän laskennassa käytetty diskonttokorko ei kuitenkaan vastaa eläkeoikeuksien katteena olevan pääoman tuottoja<sup>2</sup>. Nykyinen yhden vuoden suunnitteluhorisonttiin perustuva vakavaraisuusraja ei myöskään huomioi joidenkin sijoitusluokkien luonnetta pitkän aikavälin rahoitusinstrumentteina. Tämä lyhytnäköisyys huomattiin vuoden 2008 rahoituskriisin aikana. Myötäsyklisyyden vähentämistä eläkejärjestelmän vakavaraisuuskehikossa ovat esittäneet mm. sosiaali- ja terveysministeriön työryhmät [48, 49] sekä pääomamarkkinastrategiaa pohtinut työryhmä [51].

7. TyEL-järjestelmää on kritisoitu myös sen monimutkaisuudesta ja läpinäkyvyyden puutteesta [1]. Eläkejärjestelmän monimutkaisuus vaikeuttaa sekä vakuutettujen että vakuuttajien riskienhallintaa. Eläkejärjes-

---

<sup>2</sup>Jos diskonttokorkona käytettäisiin matalan luottoriskin markkinakorkoja kuten Solvensi II:n standardimallissa, tuloksena on entistä vaarallisempi yhdistelmä, sillä matala-riskisten lainojen koroilla on tapana laskea kriisitilanteissa.

telmän monimutkaisuus lisää myös sen kustannuksia, sillä esimerkiksi jakojärjestelmän hajautettu toteutus sitoo resursseja ja edellyttää laitospohjaisia puskurirahastoja. TyEL:n laskuperusteiden monimutkaisuus johtuu valtaosin rahastoonsiirtovelvoitteesta ja jakojärjestelmän hajautetusta toteutuksesta (ns. viimeisen laitoksen periaate). Esimerkiksi suurin osa vuoden 2010 työeläkeyhtiöiden TyEL:n mukaisen eläkevakuutuksen erityispiirteiden 55-sivuisista laskuperusteista koskee niitä. Hajautetun jakojärjestelmän edellyttämä kustannusten jakaminen laitosten kesken lasketaan erittäin monimutkaisten kaavojen perusteella; esimerkiksi vuoden 2009 vastuunjaon laskentaperiaatteiden [16] pituus on 89 sivua.

## 1.2 Kassavirtaperusteinen riskienhallinta

Tässä kirjassa on tarkasteltu etuusperusteisten eläkeoikeuksien vakuuttamista epävarmassa sijoitusympäristössä. Voimassa olevien eläkeoikeuksien kassavirrat ulottuvat yli vuosikymmenien ja niiden tuleviin arvoihin liittyy huomattavaa epävarmuutta. Kirjassa on esitetty Solvenssi II-direktiivin sekä IAIS:n ja sosiaali- ja terveysministeriön 20.5.2009 asettaman vakavaraisuussääntelyn uudistamista selvittäneen asiantuntijatyöryhmän suositusten mukaisia menetelmiä markkinakonsistentin vastuuvelan ja vakuutusmaksun laskentaan sekä työeläkelaitosten valvontaan. Esitetyt menetelmät huomioivat kassavirtojen epävarmuuden lisäksi vakuuttajan riskipreferenssit ja kyvyn mukauttaa sijoitussuunnitelmansa vakuutuskantansa mukaisesti.

Vastuuvetka, vakuutusmaksutaso ja laitosten vakavaraisuuskehikko määrittyvät aina, enemmän tai vähemmän kvantitatiivisesti, seuraavien subjektiivisten tekijöiden perusteella:

1. **todennäköisyysjakauma:** näkemykset eläkemenon ja sijoitustuottojen kehityksestä sekä niihin liittyvästä epävarmuudesta. Koska eläkevastuiden kuolettumisaika on tyypillisesti useita vuosikymmeniä, liittyy eläkemenoon huomattavaa epävarmuutta (vakuutusriskit). Toisaalta sijoitusmarkkinoiden epävarmuus (markkinariskit) vaikuttaa olennaisesti vastuiden katteena olevan varallisuuden riittävyteen. Eläkevakuuttajan tärkeimpiä epävarmuustekijöitä ovat mm. elinaikariski ja eläkkeiden indeksikorotukset sekä markkinariskit kuten korkoriski, luottoriski ja osakeriski; katso asiantuntijaryhmän raportti [49, s.25].
2. **riskipreferenssit:** hyväksyttävä riskitaso, jolla eläkemenot tulee kattaa. Kun sekä vakuutusten kassavirrat että sijoitustuotot ovat satunnaisia, vakuutustoiminta sisältää käytännössä aina riskin siitä, ettei

vakuutusten katteena olevan pääoman tuotto täysin riittä kattamaan korvausmenoa. Toisaalta sijoitusten tuotto saattaa ylittää vakuutetun korvausmenon. Pääomavaatimusten ja maksutason sopivuuden arviointi riippuu olennaisesti arvioijan riskipreferensseistä.

3. **suojausstrategia:** sijoitusstrategia, jolla vastuiden katteena olevat varat sijoitetaan. Vastuiden katteena olevan pääoman riittävyyteen vaikuttaa luonnollisesti kuinka pääoma on sijoitettu. Pääomatarvetta voi olla mahdollista alentaa sijoittamalla vakuutusten katteena oleva varallisuus siten, että sen tuotot vastaavat mahdollisimman hyvin vakuutuksiin liittyviä kassavirtoja sekä vakuuttajan/valvojan riskipreferenssejä. Sijoitusstrategian valinta on eläkevakuuttajan tärkeimpiä tehtäviä.

Luvussa 2 on esitetty yllä mainittujen periaatteiden mukainen menetelmä vastuuvelan laskentaan. Menetelmä ottaa huomioon sekä eläkevakuutuksiin että niiden katteena olevan sijoitusvarallisuuden tuottoihin liittyvät epävarmuudet markkinakonsistentilla tavalla vastuiden kuolettumiseen saakka. Markkinaehtoisien vastuuvelan määrittely oli yksi sosiaali- ja terveystieteiden 20.5.2009 asettamien työryhmien tehtävistä; katso [48, 49]. Kehitetty menetelmä implementoitiin tavalliselle pöytätyökoneelle ja sillä tutkittiin TyEL-järjestelmän vakavaraisuutta. Näin saatiin laatuun ensimmäinen riskit huomioiva kuvaus järjestelmän tilasta. Laskelmien perusteella riskit huomioiva TyEL-järjestelmän vastuuvelka vanhuus- ja työkyvyttömyyseläkkeiden osalta vuoden 2009 alussa oli 202–288 miljardia euroa riippuen riskitasosta, jolla kertyneet eläkeoikeudet tulee kattaa. Vuoden 2009 alun 72 miljardin eläkevaroilla olisi siis voitu kattaa 25–35 % sen hetkisistä vanhuus- ja työkyvyttömyyseläkeoikeuksista niiden kuolettumiseen saakka.

Luvussa 3 on tutkittu työeläkevakuutusmaksun määräämistä järjestelmässä, jossa eläkevakuuttajan vastuulla olevat eläkkeiden osat on sidottu suoraan eläkemenoon. Esitettyjen laskelmien perusteella nykyiset TyEL-maksuennusteet eivät juurikaan muuttuisi, jos eläkelaitokset kattaisivat 40 % vanhuuseläkemenosta ja loput eläkemenosta katettaisiin jakojärjestelmällä. Tällaiset vakuutus sopimukset olisivat kuitenkin nykyistä yksinkertaisempia ja läpinäkyvämpiä sekä paremmin hallittavissa vakuutuslaitosten kannalta. Eläkevakuuttajien vastuulla olevien eläkkeenosien sitominen suoraan eläkemenoon antaisi myös nykyisiä täydennyskertoimen tulevasta arvoista riippuvia vakuutus sopimuksia paremman suojan etuusperusteiseen eläkemenoon liittyviä riskejä vastaan.

Luvussa 4 on esitetty yllä mainittujen riskienhallintaperiaatteiden mukainen vakavaraisuuskehikko, jonka tavoitteena on IAIS:n suositusten [27, 39, 38] mukaisesti huolehtia siitä, että vakuuttajan sijoitustoiminta vastaa mahdollisimman hyvin vakuuttajan vastuulla olevia vakuutus sopimuksia. Esitetty

kehikko perustuu vakuutusten ja sijoitusten todellisiin kassavirtoihin vastuiden kuolettumiseen saakka. Kassavirtaperusteinen lähestymistapa välttää lyhytnäköisempien vakavaraisuusvaatimusten myötäsyklisyyden, mikä oli lähtökohtana sosiaali- ja terveystieteiden ministeriön asettaman laaja-alaisen [48, s.51] ja asiantuntijatyöryhmän [49, s.25] ehdotuksissa uutta vakavaraisuuskehikkoa suunniteltaessa. Vakuutusten ja sijoitustuottojen todellisiin kassavirtoihin perustuvassa vakavaraisuuskehikossa maturiteettiinsa asti pidettävien sijoitusinstrumenttien markkina-arvojen heilahteluilla ei ole vakavaraisuutta arvioitaessa keskeistä merkitystä. Esitetty valvontakehikko tukee Solvenssi II:n artiklan 45 mukaisen yrityksen riski- ja vakavaraisuusarvion (ORSA) ottamista mukaan työeläkelaitosten sääntelyyn ja hallintoon [49, s.54].

Luvussa 5 on esitetty stokastinen malli vanhuuseläkevakuuttajan vastuiden ja varojen kassavirroille. Malli ottaa huomioon sekä vastuisiin että sijoitustuottoihin liittyvät merkittävimmät riskitekijät sekä näiden väliset riippuvuudet, mikä on olennaista eläkevakuuttajan sijoitussuunnittelussa. Malli kuvaa mm. elinaikaan, indeksikorotuksiin, korkotasoon, yrityslainoihin, osakkeisiin ja työllisyyteen liittyviä riskejä, joiden merkitystä korostettiin myös asiantuntijatyöryhmän raportissa [49, s. 25].

### 1.3 Toimenpide-ehdotuksia

Seuraavassa on esitetty tutkimushankkeessa syntyneitä yksinkertaisia toimenpide-ehdotuksia TyEL-järjestelmän rahastoinnin kehittämiseksi. Ehdotetut toimenpiteet perustuvat näkemykseen, että eläkkeiden rahastoinnin perimmäinen tehtävä on huoltosuhderiskin kantaminen eli tulevien sukupolvien epävarman maksutaakan tasaaminen ja siihen liittyvän epävarmuuden hallitseminen. Toimenpiteitä on käsitelty yksityiskohtaisemmin artikkelissa [26].

1. Työeläkejärjestelmän tavoitteet tulisi kiinnittää sijoitustuottojen sijaan järjestelmän rahastointiasteeseen eli eläkevarojen ja järjestelmässä myönnettyjen eläkeoikeuksien aiheuttaman vastuuvelan (eläkevastuun) suhteeseen. Jos vastuuvelka määritellään tämän kirjan luvun 2 mukaisesti pääomana, joka tarvitaan myönnettyjen eläkeoikeuksien kattamiseen, rahastointiaste on se osa kertyneistä eläkeoikeuksista, joka voidaan kattaa nykyvaroilla. Toisin sanoen, rahastointiaste kertoo kuinka suuri osa jo kertyneistä eläkemenoista joudutaan kattamaan tulevaisuudessa kerättävillä työeläkemaksuilla. Rahastointiaste tuo tarkasteluun kertyneiden sijoitustuottojen lisäksi odotetun eläkemenon kehityksen (kuten esimerkiksi elinajan odotteen kasvun), odotetut sijoitustuotot sekä kerätyn työeläkemaksutason riittävyyden suhteessa eläkeoikeuk-

siin, joilla kaikilla on olennainen merkitys työeläkejärjestelmän rahoituksen kestävyyttä arvioitaessa.

2. Eläkelaitosten vastuulla olevat eläkkeiden rahastoidut osat tulisi sitoa suoraan kokonaiseläkemenoon. Vastaava vakuutusjärjestely on käytössä esimerkiksi valtion työntekijöiden eläkkeiden rahoituksessa, jossa Valtion Eläkerahasto kattaa 40 % valtion työntekijöiden eläkemenosta. Tällaiset etuusperusteiset eläkevakuutus sopimukset vastaisivat eläkeetuksien rahoitustarvetta paremmin kuin nykyiset järjestelmän vakavaraisuudesta riippuvat vakuutus sopimukset. Kokonaiseläkemenoon kiinnitetyt vakuutus sopimukset olisivat myös nykyistä yksinkertaisempia ja paremmin ennakoitavissa sekä vakuutettujen että vakuuttajien kannalta. Kokonaiseläkemenoon sidottujen vakuutus sopimusten riskienhallintaa ja hinnoittelua (rahastoitavan eläkevakuutusmaksun asettamista) on käsitelty tämän kirjan luvuissa 2 ja 3.

Etuusperusteiset eläkevakuutus sopimukset olisivat tehokkaampia rahoitusinstrumentteja huoltosuhderiskin hallinnassa kuin TyEL 171 §:n mukaiset ikäluokittain kohdenneet vanhuuseläkevastuun täydennykset. Kohdenneilla täydennyksillä pyritään tasaamaan eläkemaksua ohjaamalla eläkevaroista maksettavaa osuutta eläkemenosta, mutta ohjaaminen voidaan tehdä vain jälkikäteen vallitsevien monimutkaisten säännösten perusteella. Kokonaiseläkemenoon kiinnitetyillä vakuutus sopimuksilla eläkemaksun nousupainetta voitaisiin hallita nykyistä tarkemmin ja läpinäkyvämmiin.

3. Jakojärjestelmä tulisi keskittää yhdelle toimijalle siten, etteivät jakojärjestelmän kassavirrat turhaan kierrä yksittäisten laitosten kautta. Tämä pienentäisi jakojärjestelmään liittyvien puskurirahastojen tarvetta ja tekisi järjestelmästä huomattavasti yksinkertaisemmän ja läpinäkyvämmän.
4. Työkyvyttömyyseläkkeiden rahastointi tulisi lopettaa. Järjestelmätasolla työkyvyttömyyseläkkeisiin ei liity samanlaista huoltosuhderiskiä kuin vanhuuseläkkeisiin, sillä työkyvyttömiä on kiinteämmässä yhteydessä työntekijöiden määrään (ja palkkasummaan) kuin vanhuuseläkeläisten määrään. Esimerkiksi Eläketurvakeskuksen ennusteen mukaan työkyvyttömyyseläkemenon on aleneva suhteessa palkkasummaan myös suurten ikäluokkien eläköityessä [7]. Työkyvyttömyyseläkemenon on kiinteämmässä suhteessa palkkasummaan kuin esimerkiksi työttömyysetuudet. Kuitenkin työttömyysetuudet, kuten perhe- ja osa-aikaläkkeetkin, rahoitetaan nykyisin käytännössä jakojärjestelmällä. Työkyvyttömyyseläkkeiden kattaminen jakojärjestelmällä saattaisi johtaa

jopa nykyistä tasaisempaan työeläkemaksuun. Tällaista vakuutusjärjestelyä on tutkittu luvussa 3.

Työkyvyttömyyseläkkeiden alkavuuksiin liittyvää riskiä pidetään yksittäisen vakuuttajan suurimpana yksittäisenä riskinä [50, 29]. Työkyvyttömyyseläkkeiden kattaminen jakojärjestelmällä pienentäisi tätä riskiä sekä siihen liittyvien puskurirahastojen tarvetta vapauttaen pääomia muuhun käyttöön. Esimerkiksi 2007 rahastoitujen työkyvyttömyyseläkkeiden vastuuvelka oli 6,8 miljardia euroa [14]. Näiden varojen siirtäminen esimerkiksi tulevien vanhuuseläkkeiden katteeksi laskisi työeläkemaksun nousupainetta. Työkyvyttömyyseläkkeiden rahastoinnista luopuminen myös yksinkertaistaisi järjestelmää huomattavasti. Rahastoinnin lopettaminen ei edellytä luopumista työnantajien työkyvyttömyys-tapauksiin liittyvästä omavastuusta.

5. Vanhuuseläkkeiden rahastoidut osat tulisi poolata järjestelmätasolla siten, että yksittäisen eläkelaitoksen vastuulla oleva eläkemeno olisi sidottu koko järjestelmän kokonaiseläkemenoon. Vakuutus-sopimusten poolaus on vakuutustoiminnan tärkeimpiä riskienhallintakeinoja. Se vastaa riskienhallinnan hajautusperiaatetta sovellettuna vastuisiin. Vakuutus-sopimusten poolausta voidaan perustella matemaattisesti suurten lukujen lailla.

Nykyisessä eläkejärjestelmässä jakojärjestelmällä katettavat eläkkeiden osat on jo poolattu (perhe-eläkkeet, osa-aikaeläkkeet, työttömyys-tuudet sekä vanhuus- ja työkyvyttömyyseläkkeiden rahastoimattomat osat). Poolaus voitaisiin toteuttaa helposti myös rahastoiduissa eläkkeissä ilman suuria muutoksia nykyisessä hajautettussa eläkejärjestelmässä. Yksinkertainen tapa siirtyä poolattuun järjestelyyn olisi jakaa koko järjestelmän rahastoidut eläkevastuut (vakuutuskanta) laitosten nykyisten vastuuvelkojen suhteessa. Tällainen järjestely ei muuttaisi laitosten vastuuvelkaa tai rahastointiasetetta, mutta se pienentäisi varsinkin pienten laitosten vakuuttamiin kassavirtoihin liittyviä riskejä nykyisiin laitokohtaisiin vastuisiin verrattuna. Poolatussa järjestelmässä yhteiset laskuperusteet olisivat paremmin perusteltuja kuin nykyjärjestelmässä.

Yksittäisen laitoksen vakuutusriskien pienentyessä myös tarvittavien puskurirahastojen (tasoitusvastuiden) tarve laskisi nykyisestä. Vuonna 2007 TyEL-laitosten yhteen laskettu tasoitusvastuu oli 3,2 miljardia euroa, joka oli 1,89-kertainen rahastoista katettuun, 1,9 miljardin euron eläkemenoon verrattuna [14].

Rahastoitujen eläkkeiden poolaus johtaisi huomattavasti nykyistä yksinkertaisempaan ja läpinäkyvämpään eläkejärjestelmään. Rahastoitu-



jen eläkkeiden poolaus helpottaisi olennaisesti myös vakuutuskantojen siirtoa laitoksesta toiseen, mikä puolestaan edistäisi työeläkelaitosten välistä kilpailua. Poolatussa eläkejärjestelmässä laitokset erottuvat toisistaan sijoitustoiminnallaan ja kyvyllään maksaa asiakashyvityksiä.

6. Vastuuvelan määrittely tulisi muuttaa IAIS:n, Solvenssi II:n ja vakuutusyhtiölain 9. luvun 1 §:n mukaiseksi siten, että vastuuelvelka ottaa huomioon sekä vakuutusriskit että markkinariskit vakuutussopimusten koko voimassaoloajalta. Eteenpäin katsova, kassavirtapohjainen, riskit huomioon ottava vastuuelvan laskenta antaisi realistisemman kuvan eläkelaitosten vastuista ja vakavaraisuudesta. Modernien riskinhallintaperiaatteiden mukaista vastuuelvan laskentaa on käsitelty tämän kirjan luvussa 2 sekä viitteessä [23].
7. Nykyisen yhden vuoden tarkasteluhorisontin sijaan vakavaraisuusvaatimusten tulisi perustua vakuutussopimusten ja sijoitusten kassavirtoihin vastuuden kuolettumiseen saakka. Tämä vastaisi eläkelaitosten tehtävää pitkän aikavälin eläkevastuiden vakuuttajana ja turvaisi vakuutettujen etuja paremmin kuin nykyinen yhden vuoden tarkasteluperiodiin perustuva vakavaraisuusraja. Vastuiden ja sijoitusten pitkän aikavälin kassavirtoihin perustuva vakavaraisuuskehikko välttäisi lyhytnäköisempien valvontakehikoiden myötäsyklisyyden sosiaali- ja terveysministeriön asettaman asiantuntijatyöryhmän ehdotusten mukaisesti [48, s.51]. Tämän kirjan luvussa 4 on esitetty kassavirtaperusteinen vakavaraisuuskehikko, joka huomioi sekä vakuutusten sekä sijoitusten tuottamat kassavirrat vakuutusvastuiden kuolettumiseen saakka.
8. Vakavaraisuusraja tulisi poistaa laista. Vakavaraisuusvaatimusten tulisi perustua ajantasaiseen markkinainformaatioon ja valvojan näkemyksiin. Jos valvoja näkee esimerkiksi jonkin sijoitusluokan riskien muuttuneen, se voisi ilman lainmuutosta edellyttää tarkennettua selvitystä sijoitusluokasta, muuttaa sen riskiluokitusta tai kieltää se kokonaan. Tämä mahdollistaisi dynaamisen valvontakehikon, joka pystyisi nykyistä paremmin reagoimaan odottamattomiin tilanteisiin vähentäen osaltaan kehikon myötäsyklisyyttä.
9. Vakavaraisuusvaatimus tulisi olla korvattavissa sisäisellä mallilla, jos se ottaa asianmukaisesti huomioon sekä vakuutusriskit että markkinariskit, jotka liittyvät eläkkeiden maksamiseen vakuutussopimusten kuolettumiseen saakka. Tämä kannustaisi laitosten sisäisten riskinhallintamenetelmien kehitystä. Johdonmukaisesti toteutetulla sisäisellä mallilla saataisiin nykyistä realistisempi kuva laitoksen vakavaraisuudesta.

Vakuutusriskien huomioiminen on perusedellytys mukautettaessa sijoitustoimintaa tuleviin eläkemenoihin. Sisäisten mallien käyttöä on käsitelty Solvenssi II-direktiivissä sekä IAIS:n raportissa [28]. Tämän kirjan luvuissa 2–5 esitetyt mallit ja laskentatekniikat soveltuvat hyvin pien-tenkin eläkelaitosten sisäisen riskinhallinnan ja raportoinnin tueksi.

## Luku 2

# Kassavirtaperusteinen vastuovelka

Vakuutusyhtiölain 9. luvun 1§ mukaan “Vastuuelan on aina oltava riittävä siten, että vakuutusyhtiö kohtuudella arvioiden selviytyy vakuutussopimuksista aiheutuvista velvoitteistaan”. Euroopan parlamentin ja neuvoston direktiivin 2009/138/EY, 76 artiklan kohdan 2 mukaan “Vakuutusteknisen vastuuelan arvon on vastattava nykymäärää, joka vakuutus- tai jälleenvakuutusyritysten olisi maksettava, jos ne siirtäisivät vakuutus- ja jälleenvakuutusvelvoitteensa välittömästi toiselle vakuutus- tai jälleenvakuutusyritykselle.”

Yllä mainitut määräykset eivät koske TyEL-laitoksia. Nykyisellä TyEL-laitosten vastuuelalla ei ole selkeää tulkintaa, sillä se ei esimerkiksi huomioi tuleviin vuosikymmenien päähän ulottuviin eläkemenoihin ja niiden katteena olevan varallisuuden sijoitustuottoihin liittyvää epävarmuutta asianmukaisella tavalla. Vastuuelka on kuitenkin tärkeä suure TyEL-laitosten valvonnassa ja laitosten sisäisessä riskinhallinnassa. Esimerkiksi nykyinen TyEL-laitosten vakavaraisuuskehikko perustuu vakuuttajan varallisuuden ja vastuuelan suhteeseen. Vastuuelka on olennainen suure myös esimerkiksi säätiöiden emoyritysten taseissa ja mahdollisissa vakuutuskantojen siirroissa.

Tässä luvussa esitetään vakuutusyhtiölain ja Solvenssi II-direktiivin 76 artiklan (vakuutusteknistä vastuuelkaa koskevat yleiset säännökset) mukainen markkinakonsistentti menetelmä työeläkelaitosten vastuuelan laskentaan. Laajennettu englanninkielinen kuvaus on esitetty viitteessä [23]. Vastuuelka määritellään pääomatarpeena, joka vaaditaan eläkelaitoksen vastuulla olevien etuuksien kattamiseen. Kun vakuutuksille ei ole riittävän likvidejä markkinoita, tulee pääomatarpeen perustua vakuutusten tuottamiin todellisiin kassavirtoihin vakuutusvastuiden kuolettumiseen saakka; katso esimerkiksi [27, Structure element 5]. Koska eläkevastuiden kuolettumisaika on

tyypillisesti useita vuosikymmeniä, liittyy eläkemenoon huomattavaa epävarmuutta (vakuutusriskit). Toisaalta sijoitusmarkkinoiden epävarmuus (markkinariskit) vaikuttaa olennaisesti vastuiden katteena olevan varallisuuden riittävyYTEEN.

Vastuiden katteena olevan pääoman riittävyYTEEN vaikuttaa luonnollisesti myös kuinka pääoma on sijoitettu<sup>1</sup>. Sopivalla sijoitusstrategian valinnalla voi olla mahdollista alentaa pääomatarvetta. Sama periaate on myös esimerkiksi perinteisen Black-Scholes optiohinnoittelumallin taustalla. Toisin kuin Black-Scholes mallissa, todellisilla sijoitusmarkkinoilla rahoitusinstrumenttien täydellinen suojaus ei kuitenkaan yleensä ole mahdollista tai se on kohtuuttoman kallista. Käytännöllisemmin vastuuvELKA voidaan määrittellä pääomana, joka riittää eläkkeiden kattamiseen vaaditulla riskitasolla. Näin saatavaan vastuuvELKAAN vaikuttavat olennaisesti

1. **todennäköisyysjakauma:** näkemykset sijoitustuottojen ja eläkemenon kehityksestä sekä niihin liittyvästä epävarmuudesta.
2. **riskipreferenssit:** hyväksyttävä riskitaso, jolla eläkemenot tulee kattaa.
3. **suojausstrategia:** sijoitusstrategia, jolla vastuiden katteena olevat varat sijoitetaan.

Markkinaodotusten vaikutus vastuuvELKAAN on yleisesti ymmärretty hyvin, mutta riskien vaikutus jää usein huomiotta tai ne huomioidaan ainoastaan heuristisesti (esimerkiksi käyttämällä alennettua diskonttokorkoa kuten TyEL:n laskuperusteissa tai lisäämällä riskittömään laskelmaan riskimarginaali kuten Solvenssi II:n luonnoksissa “market value of liabilities”-laskennassa). Hinnoiteltaessa satunnaisia kassavirtoja epävarmassa sijoitusympäristössä, riskitoleranssien vaikutusta ei voida välttää. Kun sekä epävarmuus että riskipreferenssit huomioidaan jo tehtävän asettelussa, ei tulosta tarvitse korjata heuristisilla modifikaatioilla. Joissain tutkimuksissa (katso esimerkiksi [52]) on ehdotettu niin sanotun riskineutraalin todennäköisyysjakauman käyttöä, mutta se voidaan nähdä tässä luvussa esitettyjen periaatteiden duaaliformulaationa [12, 42]. Riskineutraalin jakauman konsistentti määrittely vastaa kompleksisuudeltaan optimaalisen sijoitussuunnitelman ratkaisemista.

Eläkelaitoksen haasteena on sijoittaa vakuutusportfolionsa katteena oleva varallisuus siten, että sen tuotot vastaavat mahdollisimman hyvin vakuutuksiin liittyviä korvausmenoja. Sijoitusstrategian valinta on myös olennainen

---

<sup>1</sup>Perinteisessä vakuutusmatematiikassa ja erityisesti TyEL:n laskuperusteissa, vastuuvELKA määritellään olettaen, että sijoitukset tuottavat vuosittain etukäteen määrätyn diskonttokoron verran. Tämä ei kuitenkaan vastaa nykyisten vakuutuslaitosten toimintaa.

tekijä vakuutuslaitosten välisessä kilpailussa. Mitä pienemmällä pääomalla vakuuttaja pystyy suojaamaan vakuutus sopimuksensa, sitä enemmän se pystyy vapauttamaan pääomia omistajiensa käyttöön (tai vastaavasti laskemaan myymiensä vakuutusten hintoja). Annettua todennäköisyysjakaumaa ja riskipreferenssejä vastaavaa optimaalista sijoitusstrategiaa on käytännössä kuitenkin hyvin vaikea löytää.

Tässä luvussa esitetään yllä kuvattujen periaatteiden mukainen numeeriseen laskentaan soveltuva tekniikka markkinakonsistentin kassavirtaperusteisen vastuuvelan laskentaan epätäydellisillä markkinoilla. Tekniikka on helposti mukautettavissa vakuuttajan tai valvojan näkemyksiin ja se kykenee tehokkaasti hyödyntämään strategisen portfolio-optimoinnin numeerisia tekniikoita. Esitetyt periaatteet soveltuvat suoraan myös muihin vakuutuslajeihin ja rahoitusinstrumenttien hinnoitteluun yleensä. Tässä luvussa ja tämän luvun englannin kielisessä vastineessa [23] esitetyt tekniikat täydentävät viitteissä [5] ja [41, 42] esitettyjä matemaattisia tarkasteluja vastuiden hinnoittelun ja sijoitussuunnittelun yhteydestä.

Esimerkkilaskelmissa tarkastellaan TyEL-järjestelmässä kertyneisiin eläkeoikeuksiin liittyvää kokonaiseläkemenoa ja sen aiheuttamaa vastuuvelkaa. TyEL-laitosten vastuuvelalla tarkoitetaan yleensä eläkkeiden rahastoituihin osiin liittyvää pääomatarvetta, mutta järjestelmän vakavaraisuuden kannalta olennaista on nimenomaan kokonaiseläkemeno sekä sen kattamiseksi kerätyt varat. TyEL-järjestelmän kokonaiseläkemeno on lähes riippumaton TyEL:n laskuperusteissa määräytyistä rahastointisäännöistä.<sup>2</sup> Järjestelmän vakavaraisuutta mitataan mm. *rahastointiasteella*, joka on eläkevarojen suhde kertyneiden eläkeoikeuksien edellyttämään vastuuvelkaan. Rahastointiaste on siis se osuus kertyneistä eläkeoikeuksista, joka voitaisiin kattaa nykyvaroin.

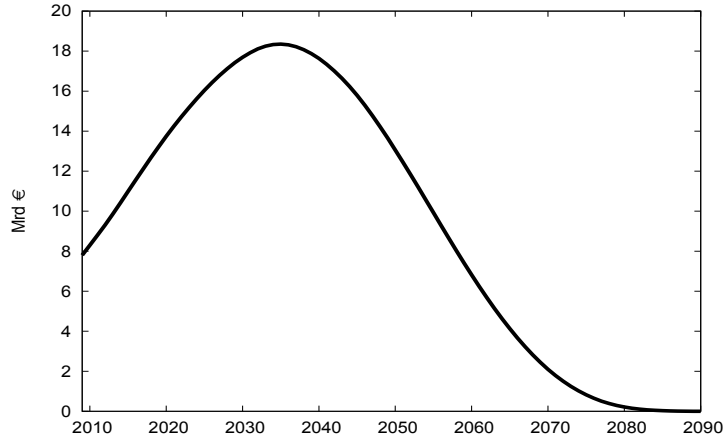
## 2.1 Vastuuvelka riskittömässä maailmassa

Merkitään vuoteen 2008 mennessä kertyneiden vanhuus-, työkyvyttömyys- ja työttömyyseläkkeiden aiheuttamaa vuonna  $t$  maksuun tulevaa kokonaiseläkemenoa  $c_t$ . Kyseiset eläkkeet muodostavat suurimman osan TyEL-järjestelmän eläkemenosta. ETK:n vuoden 2007 pitkän aikavälin laskelman [7] lähtötietojen ja riskittömien tulevaisuuden odotusten perusteella laskettu vuotuinen eläkemeno on esitetty kuvassa 2.1. Luvut vastaavat vuotuista 3,8 %:n ansiotason kasvua ja 2 %:n inflaatiota. Koska tässä tarkastellaan vain vuoteen 2008 mennessä kertyneitä eläkeoikeuksia, kuolettuvat kaikki vastuut  $T = 82$  vuoden kuluessa.

---

<sup>2</sup>Laskuperusteiden mukaiset rahastointisäännöt vaikuttavat TyEL-maksun kautta kertyneiden eläkeoikeuksien indeksikorotuksiin, mutta niiden vaikutus on pieni.

Kuva 2.1: Vuoteen 2008 mennessä kertyneiden vanhuus- ja tk-eläkeoikeuksien meno TyEL-järjestelmässä.



Jos myös vuotuiset sijoitustuotot  $R_t$  oletetaan riskittömiksi, saadaan eläkemenojen  $c_t$  kattamiseksi tarvittava pääoma eli *vastuuvelka* ratkaisemalla  $V_0$  yhtälöryhmästä

$$\begin{aligned} V_t &= R_t V_{t-1} - c_t \quad t = 1, \dots, T, \\ V_T &= 0. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Tässä yksinkertaistetussa riskittömässä mallissa vastuuvelan arvo voidaan lausuttua eksplisiittisesti

$$V_0 = \sum_{t=1}^T \frac{c_t}{\prod_{s=1}^t R_s}. \tag{2.2}$$

Tämä vastaa perinteisen henkivakuutusmatematiikan mukaista vastuuvelan määritelmää; katso esimerkiksi [50, luku 4.2.3].

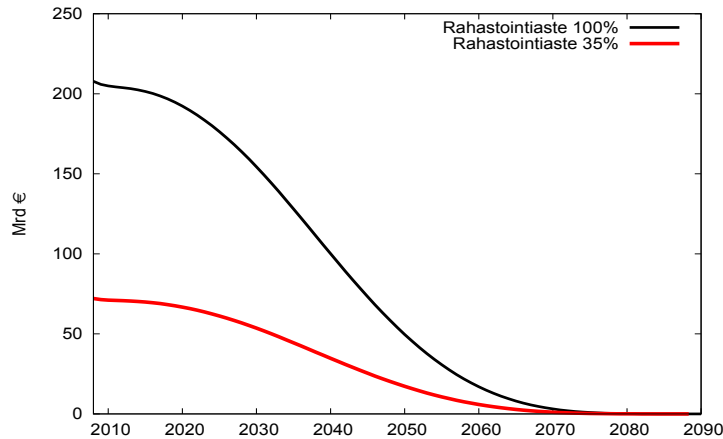
Käyttämällä ETK:n raportin [7] mukaista vuotuista 6 %:n nimellistä sijoitustuottoa, saadaan TyEL-järjestelmän eläkevastuun  $V_0$  arvoksi 207,7 miljardia euroa. Tämä on siis pienin alkupääoma, joka edellä esitetyn deterministisin oletuksin riittäisi kattamaan vuoteen 2008 mennessä kertyneiden eläkeoikeuksien aiheuttaman eläkemenon kaikkien vastuiden kuolettumiseen asti. Vastaava pääoman  $(V_t)_{t=0}^T$  kehitys on esitetty kuvassa 2.2.

Viitteen [47] mukaan TyEL-eläkelaitoksissa oli vuoden 2008 lopussa yhteensä noin  $W_0 = 72,1$  miljardia euroa varallisuutta. Tämä on kertynyt

vanhuus-, työkyvyttömyys- ja työttömyyseläkkeiden rahastoinnista, ja on tarkoitettu näiden eläkkeiden osien maksamiseen. Riskittömässä maailmassa TyEL-järjestelmän *rahastointiaste* olisi siis

$$\frac{W_0}{V_0} = \frac{72,1}{207,7} = 0,35.$$

Kuva 2.2: Varallisuuden kehitys.



**Huomio 1 (Solvenssi II)** Jos yllä esitetyn riskittömän mallin tuotot määritellään siten, että

$$\prod_{s=1}^t R_s = \exp(tY_t),$$

missä  $Y_t$  on hetken  $t = 0$  riskittömän korkokäyrän arvo maturiteetille  $t$  (tällöin siis  $R_s = \exp(f_s)$ , missä  $f_s$  on forward-korko periodin  $[s-1, s]$  yli), kaava (2.2) voidaan kirjoittaa muotoon

$$V_0 = \sum_{t=1}^T \frac{c_t}{e^{tY_t}}.$$

Jos  $c_t$  on periodin  $t$  kassavirran odotusarvo, tämä on Solvenssi II-direktiivin 77 artiklan mukainen "paras estimaatti". "Paras estimaatti" ei kuitenkaan huomioi kassavirtojen epävarmuutta eikä niiden katteena olevan varallisuuden tuottojakautumaa johdonmukaisella tavalla. Solvenssi II:n mukainen "paras estimaatti" voi olla vastuuvelan realistisempia arvioita suurempi tai pienempi riippuen hinnoiteltavasta kassavirrasta. Esimerkiksi eurooppalaisten

*optioiden hinnat ovat lähes riippumattomia referenssi-indeksin (underlying) tuotto-odotuksesta kun taas Solvenssi II:n mukainen “paras estimaatti” ostoption arvolle kasvaa rajatta tuotto-odotuksen mukana. Tässä tapauksessa “parhaan estimaatin” modifiointi Solvenssi II:n 77 artiklan mukaisella “riskimarginaalilla” huonontaa estimaattia.*

*Korkomarkkinoita kuvaavat korkokäyrät on luotu lainaportfolioiden hinnoitteluun: deterministisen kassavirran korkokäyrällä diskontattu nykyarvo antaa kyseisen kassavirran replikoivan lainaportfolion markkina-arvon. Jos hinnoiteltavaan kassavirtaan liittyy epävarmuutta (kuten esimerkiksi kuolleisuuden tai indeksikorotusten tuleva kehitys) korkokäyrän yhteys kassavirran nykyarvoon katkeaa.*

*Toisin kuin diskonttokaava (2.2), sen johtamisessa käytetty budjettirajoite (2.1) yleistyy myös epävarmojen kassavirtojen hinnoitteluun. Seuraavissa luvuissa esitetty tekniikka vastuuelvelan laskentaan vastaa Solvenssi II-direktiivin 76 artiklan mukaisia vakuutusteknistä vastuuelvelkaa koskevia yleisiä säännöksiä paremmin kuin 77 artiklassa kuvattu “parhaan estimaatin” ja “riskimarginaalin” laskentaan perustuva tekniikka.*

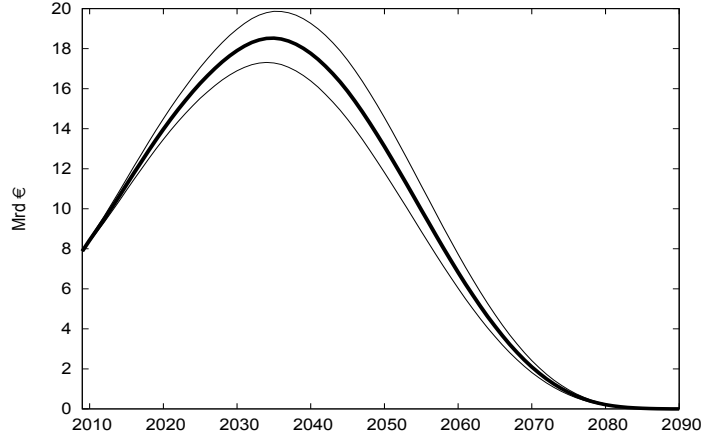
## 2.2 Vastuuelvelka epävarmassa maailmassa

Seuraavassa tarkastellaan alkupääoman riittävyttä kun sekä eläkemenon että sijoitustuottojen tuleviin arvoihin liittyy merkittävää epävarmuutta. Tuotot ja eläkemeno mallinnetaan moniulotteisena stokastisena prosessina, joka kuvaa päätöksentekijän näkemyksiä riskitekijöiden tulevasta kehityksestä sekä siihen liittyvästä epävarmuudesta. Työeläkevakuuttajan varojen ja vastuiden stokastista mallinnusta on käsitelty tarkemmin luvussa 5. Tässä luvussa esitetyt laskelmat perustuvat viitteessä [22] kuvattuun malliin. Laskennan lähtötiedot perustuvat ETK:n raporttiin [7]. Kuvassa 2.3 on esitetty vuoteen 2008 mennessä kertyneisiin eläkeoikeuksiin liittyvän vuotuisen eläkemenon  $c_t$  mediaani ja 95 %:n luottamusväli. Esimerkilaskelman sijoitustuotot mallinnetaan log-normaalina prosessina, jonka vuosittainen mediaanituotto on 6 % ja tuoton keskihajonta 6%.

Kun sekä vakuutusten kassavirrat että sijoitustuotot ovat satunnaisia, vakuutustoiminta sisältää käytännössä aina riskin siitä, ettei pääoman tuotto täysin riitä kattamaan korvausmenoa. Toisaalta sijoitusten tuotto saattaa ylittää korvausmenon. Epävarmassa maailmassa vastuuelvelka voidaan määrittellä pienimpänä alkuvarallisuutena, joka riittää kattamaan vuotuiset eläkemenot vastuiden kuolettumiseen saakka hyväksyttävällä riskitasolla. Toisin sanoen vastuuelvelka on pienin alkuvarallisuus  $V_0$ , jota vastaava varallisuus-



Kuva 2.3: Vuoteen 2008 mennessä kertyneiden vanhuus- ja tk-eläkeoikeuksien meno TyEL-järjestelmässä. Kuvassa mediaani (korostettu) ja 95 %:n luottamusväli



prosessi  $(V_t)_{t=0}^T$  toteuttaa

$$\begin{aligned} V_t &= R_t V_{t-1} - c_t \quad t = 1, \dots, T, \quad P\text{-a.s.} \\ V_T &\in \mathcal{A}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

missä ensimmäinen yhtälö toteutuu jokaisessa skenaariossa (todennäköisyydellä 1) ja  $\mathcal{A}$  on annettu *hyväksyttävyyssjoukko* (acceptance set), joka käsittää loppuvarallisuudet, jotka ovat vakuuttajan/valvojan kannalta hyväksyttäviä. Kun vuotuiset eläkemenot  $c_t$  ja sijoitustuotot  $R_t$  ovat satunnaisia on myös loppuvarallisuus  $V_T$  satunnainen.

Joukko  $\mathcal{A}$  koostuu siis satunnaismuuttujista, joiden määräämä loppuvarallisuutta pidetään hyväksyttävänä. Hyväksyttävyyssjoukkojen määrittelyä ja analysointia on käsitelty laajalti riskimittojen kirjallisuudessa; katso esimerkiksi [4], [17, luku 4] tai [45]. Täysin riskiaversiivinen hyväksyttävyyssjoukko

$$\mathcal{A} = \{V_T \mid V_T \geq 0 \text{ a.s.}\}$$

vastaa matemaattisen rahoitusteorian ylisuojausperiaatetta (superhedging), jonka mukaan vakuutus sopimuksen hinta asetetaan siten, että se riittää sopimuksen kassavirtojen tuottamiseen kaikissa skenaarioissa. Esimerkiksi klassinen Black-Scholes hinnoittelumalli perustuu ylisuojausperiaatteeseen<sup>3</sup>. Käy-

<sup>3</sup>Black-Scholes kaava perustuu myös oletukseen markkinoiden täydellisyydestä, jolloin ylisuojaus vastaa kassavirtojen replikointia.

tännössä ylisuojausperiaate johtaa usein kuitenkin epärealistisen korkeisiin hintoihin. Esimerkki käytännöllisemmästä määritelmästä on

$$\mathcal{A} = \{V_T \mid Eu(V_T) \geq u(0)\},$$

missä  $u$  on annettu hyötyfunktio ja  $E$  merkitsee odotusarvoa. Tämä vastaa vakuutusteorian *nollahyötyperiaatetta* (zero utility principle), jota on käsitelty esimerkiksi viitteessä [11]. Hyväksyttävyyssjoukko voidaan määritellä myös annetun riskimitan perusteella. Riskimittaa  $\rho$  vastaava hyväksyttävyyssjoukko määritellään (katso ym. viitteet)

$$\mathcal{A} = \{V \mid \rho(V_T) \leq 0\}.$$

Jos  $\rho$  on esimerkiksi Value at Risk (V@R) riskitasolla  $\delta \in [0,1]$  niin satunnainen loppuvarallisuus on hyväksyttävä, jos se on ei-negatiivinen todennäköisyydellä  $1 - \delta$ ; katso esimerkiksi [17]. Tätä vastaava vastuuelka on siis pienin alkupääoma  $V_0$ , joka riittää kattamaan vuotuiset eläkemenot todennäköisyydellä  $1 - \delta$  eläkevastuiden kuolettumiseen saakka. Value at Risk ei kuitenkaan tue hajautusta, joka on tärkeimpiä riskienhallintaperiaatteita. Value at Risk-riskimitan sijaan käytetäänkin usein Conditional Value at Risk-riskimittaa (CV@R)<sup>4</sup>, joka on V@R-luvun alittavan varallisuuden ehdollinen odotusarvo; katso [46].

Ylläesitettyjen periaatteiden mukaisesti määriteltäyn vastuuelkaan vaikuttavat olennaisesti

1. **todennäköisyysjakauma:** näkemykset sijoitustuottojen  $R = (R_t)_{t=0}^T$  ja eläkemenon  $c = (c_t)_{t=0}^T$  kehityksestä sekä niihin liittyvästä epävarmuudesta. Tämä spesifoidaan määrittelemällä allaolevien riskitekijöiden todennäköisyysjakauma; katso luku 5.
2. **riskipreferenssit:** hyväksyttävä riskitaso, jolla varallisuuden tulee kattaa vakuutussopimusten kassavirrat niiden kuolettumiseen saakka. Tämä spesifoidaan määrittelemällä hyväksyttävyyssjoukko  $\mathcal{A}$ .

Kun riskitekijöiden todennäköisyysjakauma ja riskipreferenssit on kiinnitetty, voidaan vastuuelka määrittää numeerisesti simuloimalla riittävä määrä skenaarioita vuotuisille kassavirroille  $c_t$  ja sijoitustuotoille  $R_t$ . Annettua alkuvarallisuutta  $V_0$  vastaavan loppuvarallisuuden  $V_T$  jakauma voidaan laskea skenaarioittain yhtälöistä  $V_t = R_t V_{t-1} - c_t$  kun  $t = 1, \dots, T$ . Pienin alkuvarallisuus, jota vastaava loppuvarallisuus toteuttaa ehdon  $V_T \in \mathcal{A}$ , voidaan hakea yksinkertaisella viivahaulla.

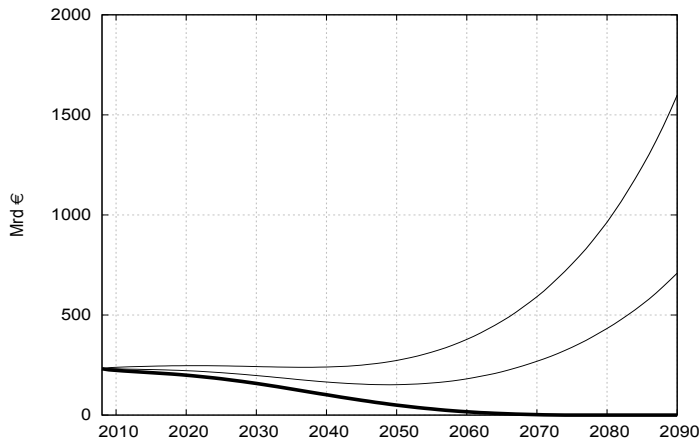
<sup>4</sup>Tunnetaan myös nimillä expected shortfall, average value at risk, expected tail loss.

Taulukossa 2.1 on esitetty pääomatarve eri riskitasoilla käytettäessä riskimittoja  $V@R$  ja  $CV@R$ . Pääomatarpeen määrittämisessä on käytetty 200000 skenaarion kvadratuuria. 34 %:n riskitaso vastaa esimerkiksi Solvenssi II:n mukaista vuotuista 0,5 %:n riskitasoa  $T = 82$  vuoden ajan ( $1 - 0,995^{82} = 0,34$ ). Kuvassa 2.4 on esitetty varallisuuden 34, 50 ja 66 %:n kvantiilien kehitys kun vastuunlaskennassa käytetty riskimitta on Value at Risk riskitasolla 34 %. Tällöin varallisuuden jakauman 34 %:n kvantiili menee nollian kun kaikki kertyneet eläkkeet on maksettu. Taulukkoa 2.1 vastaavat rahastointiasteet on esitetty taulukossa 2.2.

		Riskitaso				
		5%	10%	15%	20%	34%
Riskimitta	$V@R$	289	271	259	250	232
	$CV@R$	305	288	276	268	252

Taulukko 2.1: Vastuuvelka (mrd €) eri riskipreferensseillä

Kuva 2.4: Varallisuuden 34, 50 ja 66 %:n kvantiilien kehitys kun alkupääoma on asetettu ehtojen (2.3) mukaisesti, kun  $\mathcal{A} = \{V_T \mid V@R_{34\%}(V_T) \leq 0\}$ . Varallisuuden 34 %:n kvantiili (korostettu) menee nollian vastuuden kuoletuessa



		Riskitaso				
		5%	10%	15%	20%	34%
Riskimitta	$V@R$	24,9	26,6	27,9	28,9	31,1
	$CV@R$	23,6	25,1	26,1	26,7	28,7

Taulukko 2.2: Rahastointiaste prosentteina eri riskipreferensseillä.

## 2.3 Markkinakonsistentti vastuuelka

Kun sijoitusmarkkinoilla on useampi sijoituskohde, voidaan sijoitusstrategian valinnalla vaikuttaa vastuiden edellyttämään pääomatarpeeseen. Pääomatarve saattaa laskea, jos sijoitusstrategia valitaan siten, että pääoman tuotto vastaa paremmin vakuutusvastuita. Tämä periaate on myös modernin rahoitusteorian taustalla. Esimerkiksi klassinen Black-Scholes [9] hinnoittelukaava antaa pääomatarpeen, joka vaaditaan yksinkertaisten rahoitusinstrumenttien tarkkaan replikointiin täydellisillä markkinoilla. Toisin kuin Black-Scholes mallissa, todellisilla sijoitusmarkkinoilla rahoitusinstrumenttien täydellinen suojaus ei yleensä ole mahdollista tai se on kohtuuttoman kallista. Tämän vuoksi esimerkiksi vakuutussopimusten suojaus sisältää käytännössä aina riskin siitä, ettei pääoman tuotto ei täysin kata korvausmenoa. Toisaalta sijoitusten tuotto saattaa ylittää korvausmenon. Hyväksyttävän suojausstrategian valinta perustuu käytännössä vakuuttajan riskipreferensseihin tulevan epävarman nettovarallisuuden suhteen.

Näin määriteltävän pääomatarpeen arvoon vaikuttavat

1. **todennäköisyysjakauma**; katso luku 2.2,
2. **riskipreferenssit**; katso luku 2.2,
3. **suojausstrategia**: sijoitusstrategia, jolla vastuiden katteena olevat varat sijoitetaan.

Sijoitusstrategian valinta on tärkeä kilpailutekijä yksittäisen vakuuttajan toiminnassa. Mitä pienemmällä alkupääomalla vakuuttaja pystyy suojaamaan vakuutussopimuksensa, sitä enemmän se pystyy vapauttamaan pääomia omistajiensa käyttöön (tai vastaavasti laskemaan myymiensä vakuutusten hintoja).

Tarkastellaan strategista vastuunhallintaongelmaa, jossa sijoitusvarallisuus voidaan hajauttaa kunakin vuonna eri sijoitusluokkiin. Merkitään sijoitusluokkien joukkoa  $J$  ja luokan  $j \in J$  tuottoa periodin  $[t-1, t]$  aikana  $R_{t,j}$ . Vuoden  $t$  alussa luokkaan  $j \in J$  sijoitettava rahamäärä  $h_{t,j}$  voi riippua

hetkeen  $t$  mennessä havaitusta informaatiosta, mutta ei hetken  $t$  jälkeen havaittavasta informaatiosta. Sijoitusstrategia  $h = (h_t)_{t=0}^T$ , missä  $h_t \in \mathbb{R}^J$  on siis "adaptoitunut" saatavilla olevaan informaatioon.

Vakuutuslaitoksella saattaa olla vakuutustensa katteena myös rahoitusinstrumentteja, joille ei ole likvidejä jälkimarkkinoita (esimerkiksi jälleenvakuutus, takaisinlainat). Toisaalta, vaikka likvidit jälkimarkkinat olisivat olemassa, ei kaikkien sijoitusinstrumenttien markkina-arvo välttämättä kuvaa oikein niiden arvoa tutkittavan vakuutuskannan suojauksessa. Toisin sanoen, rahoitustuotteiden markkina-arvo voi poiketa olennaisesti niiden todellisesta arvosta vakuuttajalle. Tällaisia tuotteita voivat olla esimerkiksi tietyt suojausinstrumentit kuten osake- ja valuuttajohdannaiset sekä inflaatioon tai kuolevuuteen sidotut bondit.

Oletetaan, että vakuuttajan sijoitussuunnitelmaan kuuluu pitää tietyt sijoitusinstrumentit  $\bar{J}$  maturiteettiinsa asti. Sijoitussuunnitelma koostuu tällöin dynaamisesta strategiasta  $h = (h_t)$  likvideissä sijoituskohteissa  $J$  sekä staattisesta allokaatiosta  $\bar{h} \in \mathbb{R}^{\bar{J}}$  maturiteettiinsa asti pidettäviin instrumentteihin  $\bar{J}$ . Jos sijoitussuunnitelma  $(h, \bar{h})$  toteuttaa

$$\begin{aligned} \sum_{j \in J} h_{t,j} + c_t &\leq \sum_{j \in J} R_{t,j} h_{t-1,j} + \sum_{j \in \bar{J}} \bar{R}_{t,j} \bar{h}_j \quad t = 1, \dots, T, \\ h_{t,j} &\geq 0 \quad j \neq 0, \\ \sum_{j \in J} h_{T,j} &\in \mathcal{A}, \end{aligned}$$

voidaan todeta, että alkupääoma

$$V_0 = \sum_{j \in J} h_{0,j} + \sum_{j \in \bar{J}} \bar{h}_j$$

kattaa eläkemenon  $c = (c_t)_{t=1}^T$  vaaditulla riskitasolla. Tässä  $\bar{R}_{t,j}$  on luokan  $j \in \bar{J}$  vuotuinen käteistuotto sijoitettua rahayksikköä kohden. Eläkemenon  $c$  ja tuotojen  $R$  ja  $\bar{R}$  riippuvuus rakenne on olennainen tekijä vastuuvelkaa määritettäessä. Jos jokin sijoitusluokka  $j \in \bar{J}$  vastaa esimerkiksi jälleenvakuutusta, saattaa sen tuottoprosessi  $\bar{R}_j$  määräytyä täysin eläkemenon  $c$  perusteella.

Pienimmän mahdollisen pääomavaatimuksen tavoittelu johtaa optimoin-

	5%	50%	95%
Korot			
Lyhyet	2,9	3,6	4,4
Pitkät	-0,6	4,4	10,8
Osakkeet			
Pohjoismaat	-26,8	7,8	58,2
Eurooppa	-17,9	6,7	38,6
USA	-19,7	6,7	41,7
Aasia	-22,9	7,7	50,6
Kiinteistöt	-17,4	6,2	36,5

Taulukko 2.3: Sijoitusluokkien vuoden 2010 kokonaistuottojakaumien kvanttileija

titehtävään

$$\begin{aligned}
 & \underset{h \in \mathcal{N}}{\text{minimoi}} && \sum_{j \in J} h_{0,j} + \sum_{j \in \bar{J}} \bar{h}_j \\
 & \text{ehdoilla} && \sum_{j \in J} h_{t,j} + c_t \leq \sum_{j \in J} R_{t,j} h_{t-1,j} + \sum_{j \in \bar{J}} \bar{R}_{t,j} \bar{h}_j \quad t = 1, \dots, T, \\
 & && h_{t,j} \geq 0 \quad j \neq 0, \\
 & && \sum_{j \in J} h_{T,j} \in \mathcal{A}.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Alla tutkitaan yksityisen sektorin lakisääteisten vuoteen 2008 mennessä kertyneiden vanhuus- ja työkyvyttömyyseläkkeiden edellyttämää pääomatarvetta numeerisesti. Likvideinä sijoitusluokkina on korko-, osake- ja kiinteistörahastoja. Tarkempi luokittelu on esitetty taulukossa 2.3. Taulukossa on lisäksi esitetty oletetut vuosittaisten kokonaistuottojen mediaanit sekä 90 %:n luottamusvälit. Tuottojakaumien tarkempi kuvaus löytyy viitteestä [20]. Likvidien sijoitusinstrumenttien lisäksi on käytettävissä kymmenen, kahdenkymmenen ja kolmenkymmenen vuoden kuluttua erääntyviä joukkovelkakirjalainoja, jotka maksavat kuponkimaksuna 4 % nimellispääomastaan. Eläkemeno on laskettu kuten luvussa 2.2.

Numeerisessa tarkastelussa tutkittiin 529 eri dynaamista sijoitusstrategiaa, jotka perustuvat *buy and hold*-, *fixed proportion*- ja *constant proportion portfolio insurance*-strategioihin; katso [24]. Buy and hold strategioissa lähtöhetkellä valittua allokaatiota ei rebalansoida. Fixed proportion-strategiassa allokaatio rebalansoidaan kiinteisiin osuuksiin määrääjoin. Constant proportion portfolio insurance-strategiassa sijoitusosuudet riippuvat varallisuuden

suhteesta määrättyyn referenssitasoon. Strategiat modifioitiin siten, että ne toteuttavat tehtävän (2.4) rajoitukset.

Kullekin strategialle haettiin minimipääoma  $V_0$  siten, että vastaava loppuvarallisuus toteuttaa annetun riskitason. Optimointitekniikkaa on kuvattu tarkemmin viitteissä [30], [23] ja [24]. Taulukon 2.4 toisella rivillä on esitetty minimipääomavaatimus, joka on saavutettavissa parhaimmalla yksittäisellä strategialla em. 529 strategian joukosta<sup>5</sup>. Strategian valinnalla pääomavaatimusta voidaan laskea merkittävästi luvun 2.2 tuloksiin nähden (taulukon 2.4 ensimmäinen rivi). Pääomatarvetta voidaan edelleen pienentää käyttämällä viitteiden [30, 24] mukaista optimointimenetelmää, jossa suojausstrategiaa haetaan hajauttamalla varainhoito yksittäisten strategioiden kesken (taulukon 2.4 viimeinen rivi)<sup>6</sup>.

Taulukossa 2.5 on esitetty taulukon 2.4 mukaisia vastuuvelan arvoja vastaavat rahastointiasteet.

	Riskitaso				
	5%	10%	15%	20%	34%
Luku 2.2	305	288	276	268	252
Paras yksittäinen	296	284	273	261	239
Optimoitu	288	271	254	236	202

Taulukko 2.4: Vastuuvelka (mrd €) eri strategioilla ja riskipreferensseillä

	Riskitaso				
	5%	10%	15%	20%	34%
Luku 2.2	23,6	25,1	26,1	26,7	28,7
Paras yksittäinen	24,3	25,4	26,4	27,6	30,1
Optimoitu	25,0	26,6	28,3	30,5	35,6

Taulukko 2.5: Rahastointiaste (%) eri strategioilla ja riskipreferensseillä

---

<sup>5</sup>Laskelmat toteutettiin numeerisesti approksimoimalla sijoitustuottojen ja eläkemenojen  $(R, \bar{R}, c)$  jakaumaa 200000 skenaarion kvadratuurilla.

<sup>6</sup>Optimointi toteutettiin käyttämällä riippumattomatonta 100000 skenaarion kvadratuurilla ennen strategian evaluointia.

## 2.4 Yhteenveto

Tässä luvussa on esitetty numeeriseen laskentaan perustuva tekniikka kasvavirtaperusteiseen vakuutusvastuiden hinnoitteluun epätäydellisillä markkinoilla. Menetelmä soveltuu sekä vakuutuslaitosten sisäiseen laskentaan että valvonnan välineeksi. Se huomioi vakuutusmenojen ja sijoitustuottojen tuloihin arvoihin liittyvän epävarmuuden ja on helposti mukautettavissa käyttäjän riskitoleranssiin ja näkemyksiin riskitekijöiden tulevasta kehityksestä. Menetelmä voidaan nähdä sekä vakuutusmatemaattisten premioperiaatteiden että rahoitusmatemaattisten replikointiperiaatteiden yleistyksenä. Esitetyt laskentatekniikat ovat suoraan laajennettavissa myös epälikvideihin markkinamalleihin, joita on käsitelty esimerkiksi viitteissä [41, 42].

Esitetty vastuiden hinnoittelutekniikka on *markkinakonsistentti*, sillä sen laskema hinta muodostuu “replikoivan portfolion” markkinahinnan ja suojaamattoman osan hinnan summasta. Menetelmä hakee markkinahinnaltaan halvinta replikoivaa portfoliota vaatien, että suojaamattoman osan hinta on annetun riskimitan suhteen nolla. Tämä yleistää klassista Black-Scholes hinnoitteluperiaatetta, joka perustuu ns. “worst case” riskimittaan. Tässä luvussa esitetty menetelmä kykenee tehokkaasti hyödyntämään moderneja sijoitussuunnittelun apuvälineitä vastuiden hinnoittelussa.

Esitetty menetelmä mahdollistaa työeläkelaitosten vastuuvelan laskemisen IAIS:n, Solvenssi II:n sekä vakuutusyhtiölain 9. luvun 1 §:n mukaisesti. Tässä luvussa esitetty eteenpäin katsova, riskit huomioiva tarkastelu antaa realistisemmän kuvan työeläkejärjestelmän vakavaraisuudesta kuin aiemmin julkisuudessa esitetyt riskittömään tarkasteluun ja heuristisiin korjauksiin perustuvat laskelmat.



## Luku 3

# Kassavirtaperusteinen vakuutusmaksu

Eläkkeiden rahastoinnin perimmäinen tarkoitus on siirtää huoltosuhderiskiä tulevilta palkansaajilta sellaisille tahoille, joilla on suurempi riskinkantokyky ja/tai -halukkuus. Siirto toteutetaan vakuutus sopimuksilla, joissa määritellään sopimuksen osapuolet ja vakuutettu riski. Riskien kustannustehokas siirto edellyttää, että vakuutus sopimukset vastaavat niitä riskejä, joilta halutaan suojautua (eläkemeno) ja toisaalta, että sopimukset ovat riittävän yksinkertaisia ja läpinäkyviä, jotta vakuuttaja kykenee arvioimaan vakuutusten kustannukset.

Nykyisen TyEL-järjestelmän suurimpia ongelmakohtia on eläkelaitosten vakuuttamien eläkkeiden osien maksuperusteisuus<sup>1</sup>, joka ei vastaa etuusperusteisten eläkeoikeuksien rahoitustarvetta. Etuusperusteisen eläkemenon ja maksuperusteisen eläkevakuutuksen suhde vaihtelee ja siihen liittyvän riskin kantavat tulevat sukupolvet. Tämä ei vastaa eläkevakuuttamisen perimmäistä tarkoitusta huoltosuhderiskin hallinnassa.

Tässä luvussa tarkastellaan vakuutusmaksun määräämistä etuusperusteisessa eläkejärjestelmässä, jossa vakuutus sopimusten kattama (ts. eläkevaroista katettava) osuus eläkemenosta on sidottu suoraan eläkemenoon. Tällainen vakuutusjärjestely antaisi paremman suojan etuusperusteista eläkemenoa vastaan kuin TyEL-laitosten nykyisin rahastoista kattama osuus. Etuusperusteinen vakuutusjärjestely olisi nykyistä yksinkertaisempi, läpinäkyvämpi ja siinä sukupolvien välinen kustannusten jako olisi selkeämpää. Tällainen

---

<sup>1</sup>Rahastoista maksettavat eläkkeiden osat riippuvat mm. *täydennyskertoimesta*, joka puolestaan riippuu kaikkien TyEL-laitosten vakavaraisuusasteista vaihtelevien painokerrotoimien määräämisissä suhteissa. Sijoitusuudistuksen mukanaan tuoma osaketuottosidonaisuus siirtää lisäksi osan työeläkelaitosten osakesijoituksiin liittyvistä riskeistä tuleville sukupolville.

järjestely selkeyttäisi myös vastuiden jakoa eläkkeiden rahoituksessa.

Tässä luvussa esitetään numeeriseen laskentaan perustuva kassavirtapohjainen tekniikka rahastoitavan työeläkevakuutusmaksun asettamiseksi luvussa 2 esitettyjen hinnoitteluperiaatteiden mukaisesti. Laskelmien tavoitteena on löytää pienin vakuutusmaksutaso, jolla vakuutuslaitos kohtuudella arvioiden selviytyy vakuutus sopimuksen määräämistä velvoitteistaan. Kuten kassavirtaperusteisen vastuvelan määrä luvussa 2, vakuuttajan tarvitsema vakuutusmaksutaso riippuu sen näkemyksistä riskitekijöiden suhteen, riskipreferensseistä sekä kyvystä mukauttaa sijoitusstrategiansa vastuisiin. Kaikki kolme tekijää ovat subjektiivisia, mutta niillä on olennainen vaikutus arvioitaessa maksutason riittävyttä. Käytännössä vakuutuslaitosten toiminta perustuu aina näihin kolmeen tekijään (enemmän tai vähemmän kvantitatiivisesti).

Esimerkkilaskelmissa tutkitaan vakuutusmaksun asettamista TyEL-järjestelmän etuusperusteisten vanhuuseläkeoikeuksien katteeksi. Vakuutusmaksutasolla on olennainen vaikutus järjestelmän vakavaraisuuden kehitykseen ja tulevien sukupolvien maksutaakkaan. Tätä yhteyttä on kuitenkin vaikea tutkia nykyisen TyEL-järjestelmän mukaisilla vakuutus sopimuksilla, joiden kattama eläkemenon osa määräytyy monimutkaisten mekanismien kautta mm. työeläkelaitosten sijoitustuottojen perusteella. Eläkemenojen ja sijoitustuottojen kehitykseen liittyy huomattavaa epävarmuutta, jolla on olennainen vaikutus eläkejärjestelmän rahoituksen kestävyyyteen pitkällä aikavälillä. Monissa julkisuudessa esitetyissä laskelmissa epävarmuus ja riskit on jätetty kuitenkin huomiotta.

Seuraavassa luvussa määritellään eläkevakuutus sopimus, jonka kattama vanhuuseläkemenon osa on kiinteässä suhteessa itse eläkemenoon. Luvussa 3.2 on tutkittu eri vakuutusasteiden edellyttämää vakuutusmaksutasoa riskittömällä laskentamallilla käyttäen TyEL-järjestelmän dataa sekä vertailtu tuloksia ETK:n laskelmiin nykyisestä TyEL-järjestelmästä. Lisäksi on tarkasteltu eläkkeiden kustantamiseen tarvittavaa kokonaismaksua. Luvussa 3.3 tutkitaan vakuutusriskien sekä markkinariskien vaikutusta vakuutusmaksutasoon sekä kokonaismaksutasoon soveltaen moderneja riskienhallintaperiaatteita. Luvussa 3.3 on lisäksi esitetty nykyisen TyEL-järjestelmän ongelmakohtia, jotka käytännössä estävät eläkemaksun määräämistä modernien riskienhallintaperiaatteiden mukaisesti.

### 3.1 Vakuutus sopimus

Seuraavassa tarkastellaan TyEL:n mukaisten eläke-etuuksien kattamista järjestelmässä, jossa eläkevakuutus sopimukset on kiinnitetty eläkemenoon. Tä-

mä poikkeaa olennaisesti nykyisestä TyEL-järjestelmästä, jossa eläkelaitosten vakuuttama osuus eläkemenosta määräytyy monimutkaisten mekanismien kautta mm. työeläkelaitosten sijoitustuottojen perusteella. Alla tarkasteltavassa järjestelmässä vakuutetaan ainoastaan vanhuuseläkemenoa, sillä muihin nykyisiin rahastoituihin eläkkeisiin (työttömyys-, työkyvyttömyys- ja perhe-eläkkeet) liittyvän eläkemenon odotetaan olevan vähenevä suhteessa palkkasummaan [7, s. 38]. Tällaiset eläkkeet voidaan kattaa jakojärjestelmällä ilman, että riski työeläkemaksuprosentin noususta lisääntyy. Tässä luvussa keskitytään siis riskiin, joka liittyy vanhuuseläkemenon ja palkkasumman suhteen epävarmaan kehitykseen pitkällä aikavälillä. Tämä nähdään usein yhtenä tulevien vuosikymmenien suurimmista kansantaloutta uhkaavista riskeistä.

Merkitään nykyhetken  $t = 0$  mennessä kertyneisiin eläkeoikeuksiin liittyvää, vuonna  $t = 0, 1, 2, \dots$  maksuun tulevaa vanhuuseläkemenoa  $\bar{c}_t$ . Vuoden  $t$  vanhuuseläkemeno  $\bar{c}_t$  riippuu kuolevuudesta sekä ansiotaso- ja elinkustannusindeksien kehityksestä, joihin kaikkiin liittyy huomattavaa epävarmuutta. Nykyisten kuolevuustaulukoiden mukaan  $\bar{c}_t$  on lähes nolla kun  $t > 82$ , jolloin nuorin vakuutettu on 100 vuotias. Seuraavassa oletetaan, että vanhuuseläkkeet vakuutetaan vain 100 ikävuoteen asti, ja että loppuosa katetaan jakojärjestelmällä.

Merkitään seuraavan  $T'$  vuoden aikana syntyviin uusiin eläkeoikeuksiin liittyvää vuotuista vanhuuseläkemenoa  $c'_t$ . Eläkemeno  $c'_t$  riippuu kuolevuuden sekä ansiotaso- ja elinkustannusindeksien lisäksi palkkasumman  $p_t$  kehityksestä seuraavan  $T'$ :n vuoden aikana. Näiden riskitekijöiden arvoja ei tunneta tarkalleen etukäteen, vaan kunkin vuoden arvot tulevat tunnetuiksi kyseisen vuoden lopussa. Sekä vanhoihin että uusiin eläkeoikeuksiin liittyvät vanhuuseläkevakuutukset kuolettuvat  $T = 82 + T'$  vuoden aikana.

Oletetaan, että eläkelaitokset vakuuttavat vuotuisesta vanhuuseläkemenosta  $c_t = \bar{c}_t + c'_t$  kiinteän osuuden  $\lambda \in [0, 1]$  vastuiden kuolettumiseen, vuoteen  $T$  saakka. Parametri  $\lambda \in [0, 1]$  on vanhuuseläkkeiden *vakuutusaste*, eli se osuus vanhuuseläkemenosta, joka on vakuuttajien vastuulla. Tämä vastaa nykyisen TyEL-järjestelmän “rahastoista maksettavaa eläkemenon osaa”. Tässä luvussa vakuuttajan vastuulla oleva eläkemeno on kuitenkin sidottu vanhuuseläkemenoon, kun taas TyEL:n vakuutus sopimukset kattavat monimutkaisten mekanismien perusteella määräytyvän satunnaisen osuuden tulevasta eläkemenosta.

Vuotuisen eläkemenon vakuuttamaton osa  $(1 - \lambda)c_t + \tilde{c}_t$  oletetaan kattavan tulorahoituksella (pay-as-you-go, PAYG) suoraan palkkasumman  $p_t$ . Tässä  $\tilde{c}_t$  on vuotuisen työttömyys-, työkyvyttömyys-, perhe- ja osa-

aikaeläkkeiden summa. Kokonaiseläkemaksu on tällöin PAYG-maksun

$$\tau_t^{PAYG} = \frac{(1 - \lambda)c_t + \tilde{c}_t}{p_t}$$

ja *vakuutusmaksun* summa. Seuraavassa tarkastellaan eläkemaksun määrittämistä siten, että se on kiinteä osuus  $\tau$  palkkasummasta. Vuosina  $t = 1, \dots, T'$  kokonaiseläkemaksu on tällöin

$$\bar{\tau}_t = \tau_t^{PAYG} + \tau.$$

Vakuutusmaksu  $\tau$  vastaa nykyisen TyEL-järjestelmän eläkemaksun rahastoitavaa osaa. Vakuutusmaksun asettamista käsitellään luvuissa 3.2 ja 3.3.

Vakuutusasteen valinta on tärkeä osa eläkejärjestelmän riskienhallintaa. Se määrää, kuinka paljon epävarmuutta tulevaan maksutasoon liittyy ja miten eläkejärjestelmän kustannukset jakautuvat eri ikäluokkien kesken. Kokonaiseläkemaksu on sitä tasaisempi mitä suurempi on vanhuuseläkkeiden vakuutusaste  $\lambda$ . Vanhuuseläkevastuut täysin rahastoitavassa järjestelmässä  $\lambda = 1$  ja eläkemaksu on  $\tilde{c}_t/p_t + \tau$ . Puhtaassa PAYG-järjestelmässä  $\lambda = 0$ , jolloin eläkemaksu on  $(c_t + \tilde{c}_t)/p_t$ .

## 3.2 Vakuutusmaksu riskittömässä maailmassa

Kestävässä eläkejärjestelmässä vakuutusmaksutaso on asetettava siten, että se riittää tarkasteluvuosina  $0, \dots, T'$  kertyvien uusien eläkevakuutusten rahoittamiseen niiden kuolettumiseen vuoteen  $T = T' + 82$  saakka. Lisäksi, jos järjestelmän alkuvarallisuus ei riitä jo vakuutetun eläkemenon kattamiseen, voidaan puuttuvaa varallisuutta korvata vuosina  $0, \dots, T'$  kerättävällä osuudella palkkasummasta. Seuraavassa oletetaan, että näiden yhteissumma on kiinteä osuus  $\tau$  palkkasummasta  $p_t$  vuosien  $t = 0, \dots, T$  aikana.

Tarkastellaan eläkelaitosta, joka vakuuttaa kiinteän osuuden  $\lambda \in [0,1]$  vuotuisesta vanhuuseläkemenosta  $c_t$  vastuiden kuolettumiseen saakka. Jos laitoksen alkuvarallisuus on  $W$  ja se kerää osuuden  $\tau$  vuotuisesta palkkasummasta  $p_t$ , sen varallisuus  $V = (V_t)_{t=0}^T$  toteuttaa

$$\begin{aligned} V_0 &= W, \\ V_t &= R_t V_{t-1} - \lambda c_t + \tau p_t \quad t = 1, \dots, T' \\ V_t &= R_t V_{t-1} - \lambda c_t \quad t = T' + 1, \dots, T, \end{aligned} \tag{3.1}$$

missä  $R_t$  on sijoitusomaisuudelle saatava sijoitustuotto vuonna  $t$ . Jos vanhuuseläkemeno  $c_t$ , palkkasumma  $p_t$  ja sijoitustuotot  $R_t$  ovat riskittömiä, on

myös varallisuus  $V_t$  riskitön. Vakuutusmaksutaso  $\tau$  on tällöin riittävä, jos sitä vastaava loppuvarallisuus  $V_T$  on ei-negatiivinen kaikkien vastuiden kuoletuttua. Alkuvarallisuus ja vakuutusmaksutulo riittävät tällöin siis vakuutetun vanhuuseläkemenon osan kattamiseen.

Tarvittava vakuutusmaksutaso  $\tau$  riippuu luonnollisesti sillä ostettavan vakuutuksen kattavuudesta eli vakuutusasteesta  $\lambda$ . Loppuvarallisuus voidaan lausua muodossa

$$V_T = \prod_{t=1}^T R_t W - \lambda \sum_{t=1}^T \prod_{s=t+1}^T R_s c_t + \tau \prod_{t=T'+1}^T R_t \left( \sum_{s=1}^{T'} \prod_{r=s+1}^{T'} R_r p_s \right). \quad (3.2)$$

Riskittömässä maailmassa vakuutusmaksutaso voidaan määrittää analyytisesti valitsemalla  $\tau$  siten että  $V_T = 0$ . Näin saadaan

$$\tau = \frac{\lambda \sum_{t=1}^T \prod_{s=t+1}^T R_s c_t - \prod_{t=1}^T R_t W}{\prod_{t=T'+1}^T R_t \left( \sum_{s=1}^{T'} \prod_{r=s+1}^{T'} R_r p_s \right)}. \quad (3.3)$$

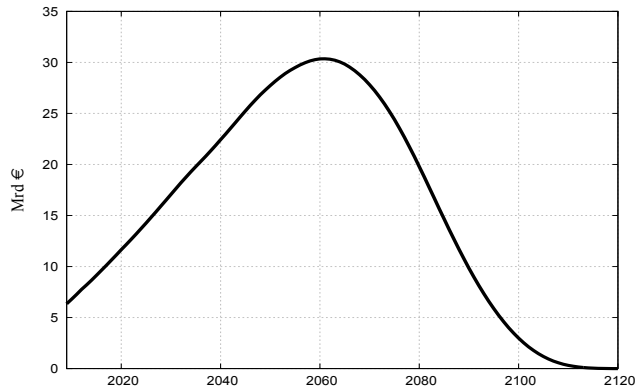
Tämä on siis pienin maksutaso  $\tau$  vuosina  $t = 1, \dots, T'$ , joka yhdessä alkuvarallisuuden  $W$  kanssa riittäisi riskittömässä maailmassa kattamaan vuoteen  $T'$  mennessä kertyvät vanhuuseläkeoikeudet.

Vakuutusmaksutaso  $\tau$  kasvaa vakuutusasteen  $\lambda$  kasvaessa ja pienenee alkuvarallisuuden  $W$  kasvaessa. Vaadittava maksutaso riippuu olennaisesti myös vuotuisista eläkemenoista ja sijoitustuotoista, joihin liittyy huomattavaa epävarmuutta. Luvussa 3.3 tarkastellaan vakuutusmaksutason asettamista modernien riskinhallintaperiaatteiden mukaisesti kun sekä eläkemenoihin että sijoitustuottoihin liittyvä epävarmuus huomioidaan.

### 3.2.1 TyEL-vanhuuseläkkeiden edellyttämä vakuutusmaksu

Seuraavassa tarkastellaan  $\tau$ :n määrittämistä eri vakuutusasteille  $\lambda$  kun  $T' = 30$  ja alkuvarallisuus  $W = 72$  miljardia, mikä vastaa vuoden 2008 lopun TyEL-varoja; katso [13]. Alla esitetyissä laskelmissa käytetty malli TyEL-järjestelmän vanhuuseläkemenolle on esitetty viitteessä [22]. Tämän luvun laskelmissa oletetaan, että hinta- ja palkkainflaatio ovat 2,0 % ja 3,7 % ja eläkemenon ja palkkasumman kehitys seuraavat ETK:n vuoden 2007 laskelmaa [7]. Tätä vastaava vanhuuseläkemeno  $c = \bar{c} + c'$  (katso luku 3.1) on esitetty kuvassa 3.1. Sijoitustuotoiksi oletetaan vakio 6,1 %:n nimellistuotto kuten ETK:n vuoden 2007 laskelmissa [7, s. 31].

Taulukossa 3.1 on esitetty eri vakuutusasteiden  $\lambda$  edellyttämä kaavan (3.3) mukainen vakuutusmaksu  $\tau$ . Maksu siis riittää yhdessä alkuvarallisuuden  $W = 72$  kanssa vakuutettujen vanhuuseläkkeiden maksamiseen kunnes



Kuva 3.1: Vuoteen 2038 mennessä kertyviin TyEL-vanhuuseläkeoikeuksiin liittyvä vuotuinen vanhuuseläkemeno vuoden 2008 rahassa

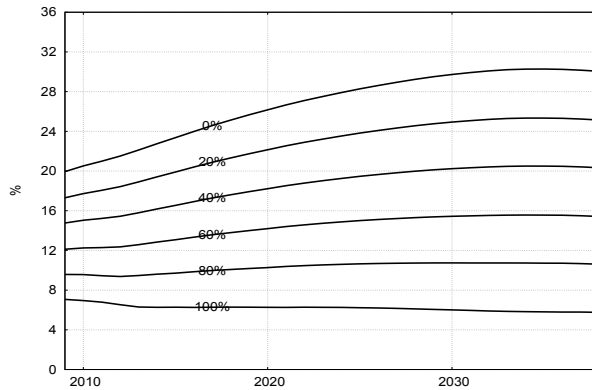
Taulukko 3.1: Vanhuuseläkevakuutusmaksu  $\tau$  eri vakuutusasteilla  $\lambda$  kun alkuvarallisuus  $W = 72$  mrd €. Negatiivinen maksu tarkoittaa rahaston purkua.

Vakuutusaste (%)	Maksu (%)
0	-7,0
20	-0,4
40	6,1
60	12,7
80	19,2
100	25,8

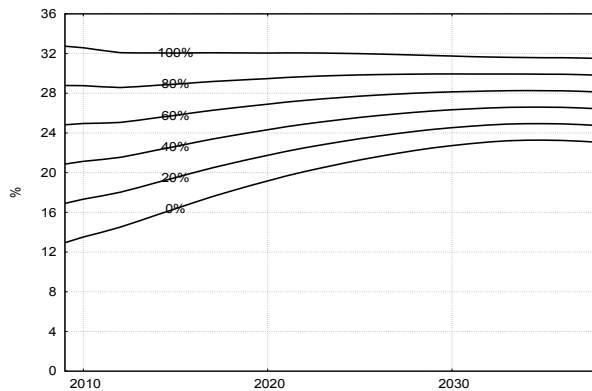
viimeinenkin eläkeoikeus on kuolettunut. Kuvassa 3.2 on esitetty vanhuuseläkemenon vakuuttamattoman (PAYG) osan aiheuttama kustannus suhteessa palkkasummaan eri vakuutusasteille vuoteen 2075 asti. Kuvassa 3.3 on esitetty kokonaiseläkemaksun  $\bar{\tau}_t = \tau_t^{PAYG} + \tau$  kehitys vuoteen 2038 asti eri vakuutusasteilla. Negatiiviset vakuutusmaksun  $\tau$  arvot tarkoittavat, että kokonaiseläkemaksu  $\bar{\tau}_t = \tau_t^{PAYG} + \tau$  on PAYG-osaa pienempi vuosina  $t = 0, \dots, T'$ . Mitä korkeampi vakuutusaste, sitä suurempi on vaadittava vakuutusmaksutaso  $\tau$  vuosina  $t = 0, \dots, T'$ . Toisaalta vakuutusasteen korottaminen pienentää eläkemaksun PAYG-osaa.

Tarvittava kokonaismaksu  $\bar{\tau}_t = \tau_t^{PAYG} + \tau$  vuosina  $t = 0, \dots, T'$  on siis käytetyillä oletuksilla sitä suurempi mitä korkeampi on vakuutusaste  $\lambda$ . Toisaalta, vuoden 2038 jälkeen voimassa olevien eläkeoikeuksien vakuuttamat-

toman eläkevastuun määrä on sitä pienempi mitä korkeampi vakuutusaste  $\lambda$  on. Esimerkiksi 100 %:n vakuutusasteella vuonna 2038 voimassa olevat vanhuuseläkeoikeudet on täysin katettu sen hetkisellä varallisuudella kun taas vakuutusasteella  $\lambda = 0$  näitä vastaava vanhuuseläkkeiden PAYG-osa on noin 30 % palkkasummasta.



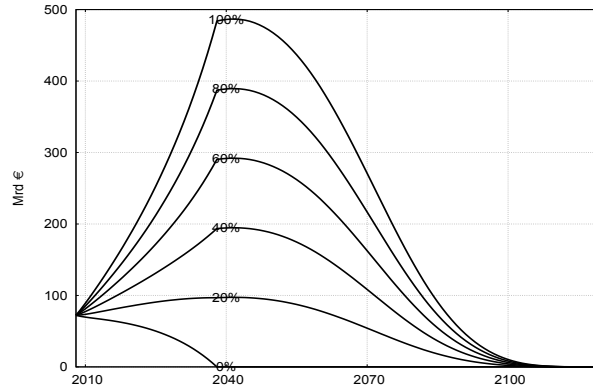
Kuva 3.2: Vakuuttamattoman eläkemenon kustannus  $\tau^{PAYG}$  suhteessa palkkasummaan eri vakuutusasteilla (vakuutusaste merkitty ao. käyrän kohdalle)



Kuva 3.3: Kokonaismaksu  $\bar{\tau}$  vuoteen 2038 asti eri vakuutusasteilla (vakuutusaste merkitty ao. käyrän kohdalle)

Eri vakuutusasteita vastaava varallisuuden kehitys on esitetty kuvassa 3.4 kaikkien (myös vuosina 2008–2038 kertyvien) eläkeoikeuksien kuolettumiseen vuoteen 2120 asti. Rahastoitu varallisuus on sitä korkeampi mitä korkeampi

on vakuutusaste. Vakuutusasteella  $\lambda = 0$  alkuperäinen varallisuus  $W = 72$  miljardia käytetään kokonaan maksunalennuksiin ensimmäisten  $T' = 30$  vuoden aikana.



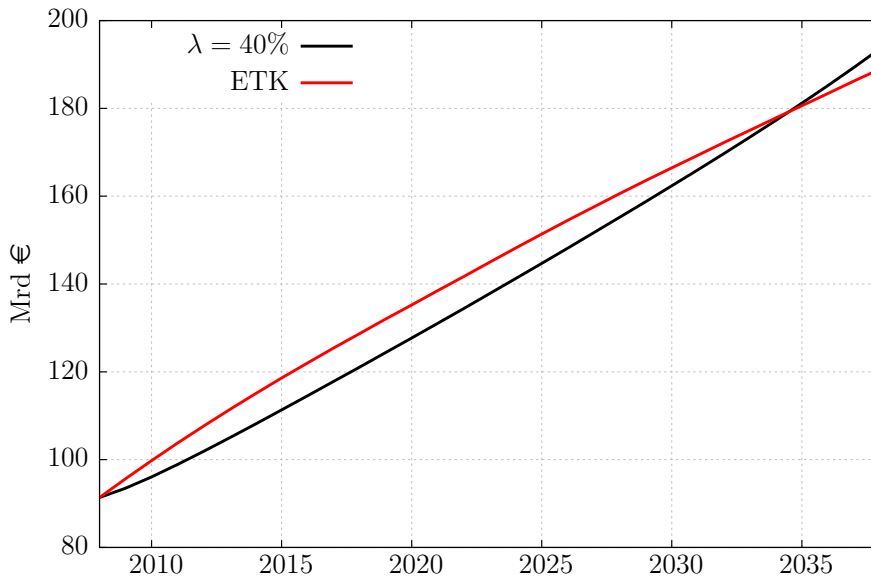
Kuva 3.4: Varallisuuden  $V_t$  kehitys eri vakuutusasteilla kun alkuvarallisuus  $W = 72$  mrd €.

### 3.2.2 Vertailu nykyiseen TyEL-järjestelmään

Seuraavassa verrataan yllä kuvattua kiinteän vakuutusasteen mukaista järjestelmää nykyiseen TyEL-järjestelmään käyttäen ETK:n raportissa [7] esitettyjä tuloksia. ETK:n laskelmassa vuoden 2008 TyEL-varojen määrä on 91 miljardia euroa vuoden 2008 rahassa ([7, s.52]). Kuvassa 3.5 on esitetty varallisuuden kehitys nykyäänönsin (lähde [7]). Kuvassa on esitetty lisäksi varallisuuden kehitys vuoden 2008 rahassa kun vanhuuseläkkeiden vakuutusaste on  $\lambda = 40\%$ , alkuvarallisuus  $W = 91$  miljardia euroa ja vakuutusmaksu  $\tau = 4,3\%$  palkkasummasta, mikä on asetettu yllä esitettyjen periaatteiden mukaisesti. Myös TyEL-järjestelmän rahastoitava maksu on lähes kiinteä osuus palkkasummasta n. 4,9 %; [7, s. 50].

Vertailussa käytetään vakuutusastetta  $\lambda = 40\%$ , koska kiinteän vakuutusasteen järjestelmässä sitä vastaava eläkevarallisuuden kehitys seuraisi likimain ETK:n laskelman mukaista TyEL-varojen kehitystä. Erot varallisuuden kehityksessä johtuvat pääasiassa vakuutus sopimusten eroista. Kiinteän vakuutusasteen mukaisessa järjestelmässä vakuuttajan vastuu tulevista eläkemenoista on selkeästi määriteltä etukäteen kun taas nykyjärjestelmässä vakuutettuihin vastuisiin vaikuttavat monet epävarmat tekijät kuten esimerkiksi järjestelmän kaikkien eläkelaitosten toteutuvat sijoitustuotot/tappiot.





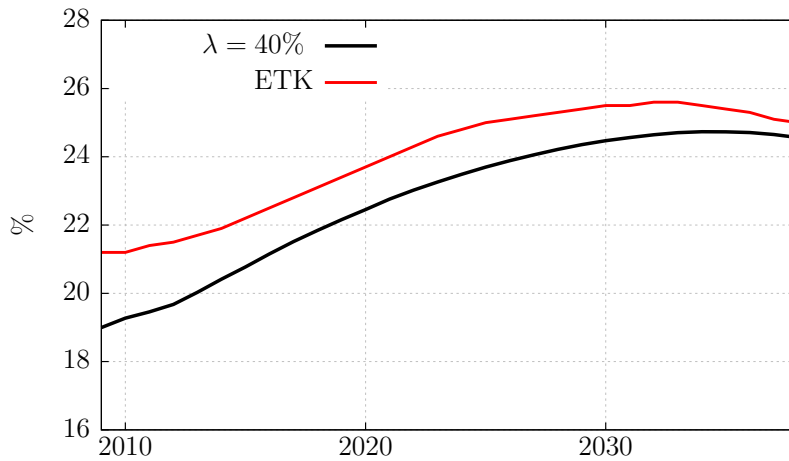
Kuva 3.5: Varallisuus 40 % vakuutusasteella

ETK:n laskelmissa (nimellisiksi) sijoitustuotoiksi oletettiin 8,0 % vuonna 2007, 6,91 % 2008 ja sen jälkeen 6,1 % vuosittain.

Kuvassa 3.6 on esitetty sekä ETK:n laskelman mukaisen työeläkemaksun että kiinteän vakuutusasteen mukaisen maksun  $\bar{\tau}_t = \tau_t^{PAYG} + \tau$  kehitys. ETK:n maksu sisältää myös hoitokustannusosan ja asiakashyvitykset, jotka ovat n. 0,8 % ja 0,2 % palkkasummasta. Yksinkertaisuutensa vuoksi kiinteän vakuutusasteen mukaisen järjestelmän hoitokustannukset olisivat todennäköisesti nykyistä huomattavasti pienemmät.

ETK:n laskelmissa esitetty varallisuuden kehitys poikkeaa olennaisesti vuosien 2008 ja 2009 toteutuneista luvuista. TyEL-varojen todellinen määrä vuoden 2008 lopussa oli n. 72 miljardia euroa [13, s. 48] johtuen mm. finassikriisin aiheuttamista sijoitustappioista. ETK:n laskelmissa sijoitusten nimellistuotoiksi oletettiin vuonna 2007 8,0 % ja 2008 6,91 % [7, sivu 52], kun esimerkiksi kuuden suurimman työeläkeyhtiöiden toteutuneet sijoitustuotot olivat 5,4 % vuonna 2007 ja -15,2 % vuonna 2008 (<http://www.tela.fi>). Nykyjärjestelmässä sijoitustuottojen vaikutusta TyEL-maksun kehitykseen on vaikea arvioida edes riskittömin oletuksin monimutkaisten rahastointisäännösten vuoksi.

Työeläkemaksun kehitykseen vaikuttavat epävarmojen sijoitustuottojen



Kuva 3.6: Kokonaismaksu 40 % vakuutusasteella

lisäksi myös monet tulevaisuudessa sovittavat seikat, kuten mm. mille ikäluokille TyEL 171 §:n mukaiset ikäluokkakohtaiset vanhuuseläkevastuiden täydennykset kohdennetaan. TyEL-maksun nousupainetta voidaan laskea lyhyellä aikavälillä purkamalla rahastoja ja muuttamalla vanhuuseläkevastuiden täydennyksiä, eli jättämällä eläkejärjestelmä suunnitteluhorisontin lopussa rahoituksellisesti heikompaan tilaan kuin alunperin on annettu ymmärtää. Eläkevarojen pieneneminen tarkoittaa joka tapauksessa sitä, että eläkemaksun PAYG-osaa on tulevaisuudessa korotettava, jos eläke-etuudet halutaan pitää luvutulla tasolla.

Sijoitustuottojen vaikutuksia yli sukupolvien voitaisiin hallita paremmin luvun 3.1 mukaisessa kiinteän vakuutusasteen järjestelmässä. Esimerkiksi vuoden 2008 finanssikriisin aiheuttamia kustannuksia voidaan konkretisoida laskemalla sen vaikutus eläkemaksuun. Jos vanhuuseläkkeiden vakuutusaste on  $\lambda = 40\%$ , eläkevarojen pieneneminen  $W = 72$  miljardiin euroon edellyttäisi vakuutusmaksun  $\tau$  korottamista 1,9 %:lla, jolloin myös kuvassa 3.6 esitetty maksu-ura kohoaisi 1,9 %:lla. Tällöin eläkejärjestelmä olisi rahoituksellisesti yhtä hyvässä tilassa vuonna 2038 kuin jos varoja olisi  $W = 91$  miljardia euroa vuoden 2008 lopussa.

### 3.3 Vakuutusmaksu epävarmassa maailmassa

Kun eläkemeno  $c$ , palkkasumma  $p$  ja sijoitustuotot  $R$  ovat satunnaisia, myös budjettirajoitteiden (3.1) määräämä loppuvarallisuus  $V_T$  on satunnainen. Toisin kuin riskittömissä malleissa, eläkevakuuttamiseen liittyviä riskejä ei todellisuudessa voida täysin suojata tai niiden täydellinen suojaaminen saattaa edellyttää kohtuuttoman korkeaa maksutasoa  $\tau$ . Käytännöllisemmin maksutaso voidaan asettaa vaatimalla, että se riittää haluttuun vakuutusasteeseen annetulla *riskitasolla*. Maksutaso  $\tau$  riittää vakuutusasteeseen  $\lambda$ , jos näitä vastaava varallisuusprosessi  $(V_t)_{t=0}^T$  toteuttaa

$$\begin{aligned} V_0 &= W, \\ V_t &= R_t V_{t-1} - \lambda c_t + \tau p_t \quad t = 1, \dots, T' \\ V_t &= R_t V_{t-1} - \lambda c_t \quad t = T' + 1, \dots, T, \\ V_T &\in \mathcal{A}, \end{aligned} \tag{3.4}$$

missä  $\mathcal{A}$  on annettu *hyväksyttävyyssjoukko*, joka kuvaa vakuuttajan vaatimusta loppuvarallisuuden suhteen; katso luku 2.2. Koska eläkemeno  $c_t$ , palkkasumma  $p_t$  ja sijoitustuotot  $R_t$  ovat satunnaisia, on myös budjettirajoitusten määräämä loppuvarallisuus  $V_T$  satunnainen.

Ehtojen (3.4) mukaan määriteltyyn minimimaksuprosenttiin  $\tau$  vaikuttavat olennaisesti

1. **todennäköisyysjakauma:** näkemykset sijoitustuottojen, eläkemenon ja palkkasumman kehityksestä sekä niihin liittyvästä epävarmuudesta.
2. **riskipreferenssit:** vaadittu riskitaso, jolla eläkemenot tulee kattaa.
3. **suojausstrategia:** sijoitusstrategia, jolla vastuiden katteena olevat varat sijoitetaan. Sijoitusstrategialla vakuuttaja voi vaikuttaa vuotuisiin sijoitustuottoihin  $R_t$ ; katso luku 2.3.

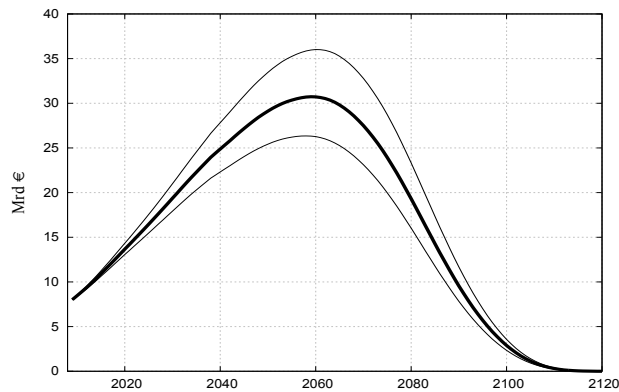
Kaksi ensimmäistä tekijää kuvaavat vakuuttajan suhtautumista epävarmaan tulevaisuuteen ja niillä on olennainen rooli arvioitaessa sijoitustoiminnan laatua. Mitä paremmin vakuuttaja pystyy mukauttamaan sijoitustoimintansa epävarmojen kassavirtojen ja sijoitustuottojen sekä riskipreferenssiensä mukaisesti, sitä pienemmällä maksutasolla se pystyy toimittamaan vakuutetun eläkemenon.

Vaikka loppuvarallisuus on nyt satunnainen, se voidaan edelleen lausua muodossa (3.2). Minimimaksutasoa  $\tau$  ei kuitenkaan enää voida ratkaista analyttisesti kuten riskittömässä tapauksessa. Kun riskitekijöiden yhteisjakama ja riskipreferenssit on kiinnitetty, voidaan tarvittava minimimaksutaso

määrittää numeerisesti approksimoimalla sijoitustuottojen, eläkemenojen ja palkkasumman  $(c,p,R)$  jakaumaa kvadratuurilla ja hakemalla minimimaksutaso  $\tau$  yksinkertaisella viivahaulla luvussa 2 kuvatulla tavalla. Alla esitetyissä laskelmissa on yksinkertaisuuden vuoksi pidetty sijoitusstrategia kiinteänä. Käyttämällä luvussa 2 esitettyä sijoitusstrategian optimointimenetelmää voidaan vaadittua maksutasoa alentaa esitetyistä luvuista.

### 3.3.1 TyEL-vanhuuseläkkeiden edellyttämä vakuutusmaksu

Seuraavassa tarkastellaan vakuutusmaksun  $\tau$  määrittämistä ehtojen (3.4) mukaisesti eri vakuutusasteille  $\lambda$  kun  $T' = 30$  ja alkuvarallisuus  $W = 72$  miljardia, mikä vastaa vuoden 2008 lopun TyEL-varoja; katso [13]. Eläkemeno ja palkkasumman kehitystä kuvataan viitteessä [22] esitetyllä mallilla kuten luvussa 3.2.1, mutta nyt hinta- ja palkkainflaatio mallinnetaan stokastisina prosesseina, jotka on kuvattu viitteessä [20]. Vuotuisen vanhuuseläkemenon  $c = \bar{c} + c'$  mediaanin ja luottamusvälien kehitys on esitetty kuvassa 3.7. Sijoitusten kokonaistuottoindeksi mallinnetaan geometrisena Brownin liikkeenä siten, että vuotuisten logaritmisten tuottojen mediaani on 6,1 % ja keskihajonta 6,0 %.



Kuva 3.7: Vuoteen 2038 mennessä kertyviin TyEL-vanhuuseläkeoikeuksiin liittyvän vanhuuseläkemenon mediaani (korostettu) ja 90 % luottamusväli vuoden 2008 rahassa

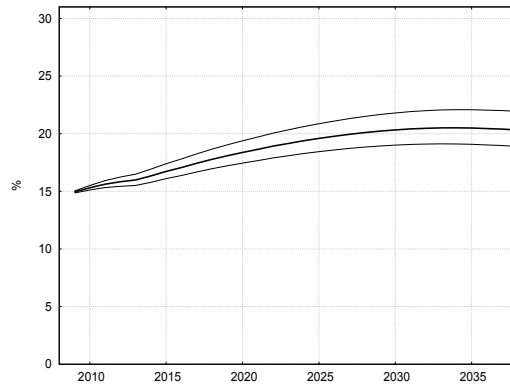
Vakuutusmaksutasoa  $\tau$  määritettäessä loppuvarallisuuden hyväksyttävyyssjoukko on määritelty käyttäen CV@R-riskimittaa riskitasolla 34 %. Tämä vastaa esimerkiksi Solvenssi II:n mukaista 0,5 % vuotuista riskitasoa; kat-

so luku 2.2. Tämä riskitaso vastaa V@R-riskimitan tapauksessa esimerkiksi Solvenssi II:n mukaista 0,5 %:n vuosittaista konkurssitodennäköisyyttä; katso [21], Conditional Value at Risk on kuitenkin Value at Risk-riskinmittaa turvaavampi.

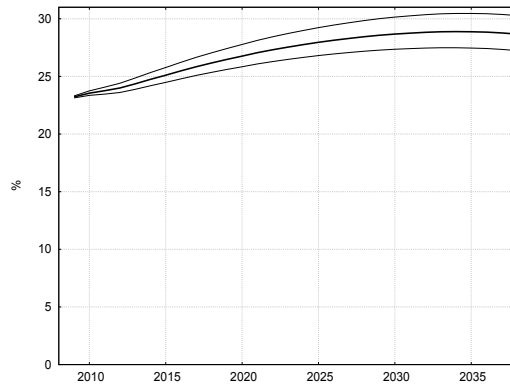
Taulukko 3.2: Vakuutusmaksu  $\tau$  eri vakuutusasteilla  $\lambda$ . Vakuutusmaksut ovat n.1–4 % korkeammat kuin vastaavat riskittömän maailman vakuutusmaksut taulukossa 3.1.

Vakuutusaste (%)	Maksu (%)
0	-6,0
20	1,2
40	8,4
60	15,7
80	23,0
100	30,3

Taulukossa 3.2 on esitetty eri vakuutusasteiden edellyttämä vakuutusmaksu  $\tau$ . Riskien vaikutus näkyy kohonneena maksutasona verrattuna riskittömän laskentamallin tuloksiin taulukossa 3.1. Kuvassa 3.8 on esitetty erikseen 40 %:n vakuutusastetta vastaavan PAYG-osan  $\tau^{PAYG}$  mediaanin ja 90 %-luottamusvälien kehitys vuoteen 2075 asti. Kuvassa 3.9 on esitetty vastaava kokonaismaksun  $\bar{\tau}_t = \tau_t^{PAYG} + \tau$  kehitys vuoteen 2038 asti.



Kuva 3.8: PAYG-periaatteella maksettava kokonaiseläkemenon mediaanin ja 90 %:n luottamusvälin kehitys vuoteen 2075 asti kun vakuutusaste  $\lambda = 40\%$



Kuva 3.9: Kokonaismaksun  $\bar{\tau}$  mediaanin ja 90 %-luottamusvälien kehitys vuoteen 2038 asti kun vakuutusaste  $\lambda = 40\%$

Nykyjärjestelmässä rahastoitava maksu on noin 5 % palkkasummasta vuoteen 2038 asti [7, s.50] ja se on tarkoitettu sekä vanhuus- että työkyvyttömyyseläkemenon rahastointiin. Vastaava osuus palkkasummasta riittäisi noin  $\lambda = 24\%$  vakuutusasteeseen vanhuuseläkkeistä.

### 3.3.2 Vertailu nykyiseen TyEL-järjestelmään

Yllä kuvattu eläkejärjestelmä on suunniteltu hallitsemaan riskiä, joka liittyy vanhuuseläkemenon ja palkkasumman suhteen kehityksen epävarmuuteen pitkällä aikavälillä. Eläkemenoon kiinnitetyt eläkesopimukset suojaavat tulevia palkansaaajia eläkemenon ja palkkasumman mahdollista epäsuotuisaa kehitystä vastaan.

Nykyisessä TyEL-järjestelmässä eläkelaitosten maksamien eläkkeiden rahastoitu osa kattaa monimutkaisten mekanismien perusteella määräytyvän satunnaisen osuuden tulevista eläkemenoista. Osuus riippuu kuolleisuuden lisäksi *täydennyskertoimesta*, joka taas riippuu kaikkien TyEL-laitosten vakavaraisuusasteista vaihtelevien painokertoimien määräämissä suhteissa. Sijoitusuudistuksen mukanaan tuoma osaketuottosidonnaisuus siirtää lisäksi osan työeläkelaitosten osakesijoituksiin liittyvistä riskeistä vakuutetuille<sup>2</sup>. TyEL-

<sup>2</sup>TyEL-laitoksen vastuulla olevia rahastoituja eläkkeenosia korotetaan vuosittain kertoimella, joka riippuu kaikkien eläkelaitosten vakavaraisuusasteesta, yli 53 vuotiaiden korotetun työeläkevakuutusmaksun määrästä, eläkelaitosten osaketuotoista sekä muista, erikseen sovittavista siirroista. Rekursiivista, vaikeaselkoista laskentaa on kuvattu esimerkiksi ohjeessa [15] sekä TyEL-laskuperusteissa, tosin osa parametreista määrätään ilman julki-

laitosten kattama eläkkeiden osa on siis olennaisesti *maksuperusteinen*. Etuusperusteisen eläkemenon ja maksuperusteisen eläkevakuutuksen kattaman osan erotus (PAYG-osa) on satunnainen ja sitä on vaikea ennakoida. Tähän liittyvän riskin kantavat viime kädessä tulevat palkansaaajat kohonneiden PAYG-maksujen muodossa. TyEL-laitosten vastuulla olevat eläkevakuutukset eivät siis suojaa tulevia palkansaaajia parhaalla mahdollisella tavalla eläkemenon ja palkkasumman mahdollista epäsuotuisaa kehitystä vastaan.

Eläketurvakeskuksen käsikirjan [34, s. 60] mukaan TyEL-järjestelmän täydennyskertoimen avulla pyritään siihen, että eläkelaitosten vastuulla olevat ns. vanhuuseläkkeen rahastoidut osat seuraisivat paremmin hintojen ja palkkojen kehitystä. Nykyjärjestelmässä tämä vastaisi täydennyskertoimen määräytymistä suoraan työeläkeindeksin ja palkkakertoimen perusteella riippuen onko henkilö eläkkeellä vai ei. Tämä johtaisi olennaisesti tässä luvussa esitettyyn järjestelmään.

Valitulla maksutasolla on olennainen vaikutus järjestelmän vakavaraisuuden kehitykseen ja tulevien sukupolvien maksutaakkaan. TyEL-järjestelmän maksutasosta keskusteltaessa vakavaraisuuden kehitykseen ja sen epävarmuuteen ei ole kiinnitetty riittävästi huomiota. TyEL-järjestelmän rahastoitava maksu ei vastaa ajantasaisia elinajanodotteita, sijoitustuottoja ja eläkeindeksejä. Se ei myöskään huomioi näihin liittyvää epävarmuutta eikä se reagoi vakuuttajan näkemyksiin riskitekijöiden tulevasta kehityksestä.

Tässä luvussa esitetty menetelmä reagoi johdonmukaisesti vakuuttajan näkemyksiin kuolevuuden ja sijoitustuottojen kehityksestä. Se huomioi myös riskien vaikutuksen ja tavoitellun riskitason eläkevakuutusmaksua määrittäessä.

### 3.4 Vakiomaksu

Edellisessä luvussa kokonaismaksun jakauman noususuunta johtui kokonaisuudessaan PAYG-osan noususta. PAYG-osa koostuu sekä vakuuttamattomasta vanhuuseläkemenon osasta  $(1 - \lambda)c_t$  että täysin PAYG-periaatteella maksettavista työkyvyttömyys-, työttömyys- ja perhe-eläkkeistä  $\tilde{c}_t$ . Seuraavassa tutkitaan järjestelyä, jossa kerättävä kokonaismaksu on vakio seuraavat  $T' = 30$  vuotta. Maksutaso määrätään siten, että se riittää kattamaan koko eläkemenon kyseisenä aikana ja sen jälkeen osuuden  $\lambda$  vanhuuseläkemenosta. Toisin sanoen  $\tau$  määrätään siten, että sitä vastaava varallisuusprosessi

---

sesti löydettävissä olevaa laskentakaavaa.

$(V_t)_{t=0}^T$  toteuttaa

$$\begin{aligned}
 V_0 &= W, \\
 V_t &= R_t V_{t-1} - c_t - \tilde{c}_t + \tau p_t & t = 1, \dots, T' \\
 V_t &= R_t V_{t-1} - \lambda c_t & t = T' + 1, \dots, T, \\
 V_T &\in \mathcal{A}.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Eri vakuutusasteita vastaavat kokonaismaksut vuosille 2009–2038 on esitetty taulukossa 3.3 kun hyväksyttävyyssjoukko  $\mathcal{A}$  määritellään käyttäen CV@R-riskimittaa riskitasolla  $\delta = 34\%$ ; katso luku 2.2.

Taulukko 3.3: Kokonaisaläkevakuutusmaksu  $\tau$  eri vakuutusasteilla  $\lambda$ .

Vakuutusaste (%)	Maksu (%)
0	20,5
20	23,6
40	26,8
60	30,0
80	33,2
100	36,5

Nykyisessä TyEL-järjestelmässä vuoden 2010 kokonaisaläkemaksuksi on asetettu 22,0 % palkkasummasta. Jos tämä taso pidettäisiin voimassa seuraavat 30 vuotta, voitaisiin vuoden 2038 jälkeen vakuuttaa  $\lambda = 19\%$  vanhuuseläkkeistä ehtojen (3.5) mukaisesti.

### 3.5 Yhteenveto

Tässä luvussa on esitetty numeeriseen laskentaan perustuva tekniikka vanhuuseläkemaksun määrittämiseen siten, että se riittää annetun lähtövarallisuuden kanssa tuottamaan eläkevakuutus sopimusten kassavirrat sopimusten kuolettumiseen saakka. Menetelmä huomioi vakuuttajan riskipreferenssit ja näkemykset riskitekijöiden kehityksestä kuten luvussa 2 esitetty vastuiden hinnoittelumenetelmä. Vastaavasti, esitetyt laskentaperiaatteet voidaan nähdä sekä vakuutusmatemaattisten preemioperiaatteiden että rahoitusmatemaattisten replikointiperiaatteiden yleistysenä. Menetelmä on myös markkinakonsistentti. Tässä luvussa esitetty menetelmä laajentaa viitteessä [43] esitettyä hinnoitteluperiaatetta huomioimalla vakuuttajan riskipreferenssit.



### *LUKU 3. KASSAVIRTAPERUSTEINEN VAKUUTUSMAKSU*

---

Menetelmää sovellettiin TyEL-järjestelmän vuoteen 2038 loppuun mennessä kertyvien vanhuuseläke-etuuksien katteeksi kerättävän työeläkevakuutusmaksun määrittämiseen. Laskelmien perusteella nykyjärjestelmää koskevia ennusteita vastaava kokonaiseläkemaksun kehitys saavutettaisiin 40 %:n vakuutusasteella vanhuuseläkkeissä kun työkyvyttömyyseläkkeet katetaan kokonaan PAYG-periaatteella. Tässä luvussa esitetty vakuutusjärjestely antaisi kuitenkin paremman suojan kokonaiseläkemenoon liittyviä riskejä vastaan, sillä suurin epävarmuus liittyy vanhuuseläkemenoon kun taas työkyvyttömyyseläkkeiden ennakoidaan laskevan suhteessa palkkasummaan. Esitetty järjestely olisi myös huomattavasti nykyistä yksinkertaisempi ja läpinäkyvämpi.

*LUKU 3. KASSAVIRTAPERUSTEINEN VAKUUTUSMAKSU*

---

## Luku 4

# Kassavirtaperusteinen vakavaraisuuskehikko

Eläkelaitoksen tehtävänä on hajauttaa vakuutuksiin liittyviä riskejä ja sijoittaa vakuutusten katteena oleva varallisuus siten, että sen tuotot vastaavat mahdollisimman hyvin vakuutuksiin liittyviä korvausmenoja. Vakuutusyhtiölain luvun 1 turvaavuusperiaatteen mukaan “vakavaraisuuteen vaikuttavat seikat on järjestettävä vakuutetut edut turvaavalla tavalla, ottaen huomioon tuottojen ja kulujen todennäköinen vaihtelu sekä arvioitavissa olevat muut epävarmuustekijät.” Vakuutettujen etujen turvaaminen on myös Solvenssi II:n tavoitteena. Kansainvälisen vakuutusvalvojen liiton mukaan vakuutusten kattamisen tulisi perustua vakuutus sopimusten aiheuttamiin todellisiin kassavirtoihin; katso IAIS Structure Element 5 [27]. Tämä soveltuu erityisesti Suomen lakisääteisiin vanhuuseläkevakuutuksiin, joille ei ole (satunnaisia laitosten välisiä kannansiirtoja lukuunottamatta) jälkimarkkinoita.

Yksityisen sektorin työeläkelaitosten valvonnan keskeinen väline on ollut *vakavaraisuusraja*, joka vaatii että eläkelaitoksen sijoitusvarallisuuden tulee kattaa sen vastuovelka riittävällä varmuudella yhdeksi vuodeksi eteenpäin. Nykyinen TyEL-laitosten vastuovelka määräytyy kuitenkin taaksepäin katsovasti vain kerättyjen työeläkemaksujen ja täydennyskertoimen menneiden arvojen perusteella. Se ei huomioi eläkevakuutusten kassavirtoihin ja sijoitustuottoihin liittyviä vuosikymmenien päähän ulottuvia riskejä. Vakuutuksiin ja sijoitustuottoihin liittyvä epävarmuus on olennainen tekijä arvioitaessa vakuutusten edellyttämää pääomatarvetta; katso luku 2. Nykyinen vastuovelka ei huomioi myöskään rahastoitujen vanhuuseläkkeiden korotuksia johdonmukaisella tavalla. Nykyisen vastuuelan taaksepäin katsova määrittely on johtanut sijoitussuunnittelun ja aktuaaritoiminnan eriytymiseen. Monissa TyEL-laitoksissa sijoitustoiminta ja vastuiden hinnoittelu on hajautettu eri yksiköihin, mikä ei tue eläkelaitosten tehtävää eläkemenon vakuuttajana.

Vuonna 1997 voimaan tullut TEL:n vakavaraisuusraja ei myöskään kailta osin tue sijoitusallokaation hajautusta. Sijoitusvarallisuuden hajauttaminen kahden eri allokaation välillä saattaa, vastoin yleisiä riskienhallintaperiaatteita, tuottaa korkeamman vakavaraisuusrajan kuin kumpikaan yksittäinen allokaatio. Vuoden 2007 sijoitusuudistuksessa vakavaraisuusrajaan tehty muutos osoittautui vieläkin ongelmallisemmaksi. Sen mukaan laitoksen vakavaraisuusasetmaa on joissain tilanteissa mahdollista parantaa muuttamalla sijoitusallokaatiota riskillisempään suuntaan [22]. Ongelma raportoitiin sosiaali- ja terveysministeriön julkaisemassa selvityksessä [22], ja siihen esitettiin ratkaisua rahoituskriisin jälkeen perustetun työryhmän selvityksessä [48].

Nykyisen vakavaraisuusrajan yhden vuoden mittainen tarkasteluhorisontti ei huomioi eläkevakuutusinstrumenttien ja tiettyjen sijoitusluokkien luonnetta pitkän aikavälin rahoitusinstrumentteina. Tämä lyhytnäköisyys tekee valvontakehikosta myötäsykliksen, mikä huomattiin vuoden 2008 finanssikriisin myötä, jolloin vakavaraisuusraja uhkasi johtaa epäjohton mukaisiin pakkomyynteihin. Nykyisen vakavaraisuusrajan ongelmia on käsitelty sosiaali- ja terveysministeriön selvityksissä [22, 48, 49]. Myös Solvenssi II-direktiivin 101 artiklan mukainen vakavaraisuuspääomavaatimuksen standardikaava perustuu yhden vuoden tarkasteluhorisonttiin, joten myös sen voidaan odottaa aiheuttavan ongelmia vakuutuslaitoksissa, jotka eivät omaksu johdonmukaisempia sisäisiä malleja vakavaraisuutensa arvioinnissa.

Tässä luvussa esitetään kassavirtaperusteinen vakavaraisuuskehikko eläkevastuiden kattamiseen varatun sijoitusomaisuuden ja sijoitussuunnitelman riittävyuden arviointiin. IAIS:n suositusten mukaisesti, esitetty kehikko arvioi vakuuttajan kykyä tuottaa eläkevakuutusinstrumenttien mukaiset kassavirrat asiakkailleen. Kehikko huomioi sekä vakuutusinstrumenttiin että sijoitusinstrumentteihin liittyvät riskit vastuiden kuolettumiseen saakka. Vakuutusinstrumentteihin vaikuttavat elinaikariskin lisäksi indeksikorotukset kun taas sijoitustuottoihin vaikuttavat markkina- ja vastapuoliriskit. Esitetty kehikko perustuu vakuutuslaitoksen sisäiseen malliin, joka huomioi olennaisimpien riskitekijöiden lisäksi laitoksen kyvyn mukauttaa sijoitusstrategiansa vastuulansa olevien kassavirtojen mukaan. Vakuutuslaitosten sisäisiä malleja on käsitelty Solvenssi II-direktiivin luvussa VI sekä IAIS:n raporteissa [27, 39, 38].

Nykyisen vakavaraisuuskehikon yhden vuoden mallinnushorisontin sijaan esitetty kehikko perustuu kassavirtojen kuvaamiseen pitkällä aikavälillä. Kehikko voidaan helposti rakentaa käyttämällä luvussa 2 esitettyä hinnoittelumallia, mutta se ei edellytä vastuiden erillistä hinnoittelua. Esitetty kehikko tukee vakuutuslaitosten strategista sijoitussuunnittelua ja sisäisten riskienhallintamallien kehitystä. Se toisi työeläkejärjestelmän valvontaa lähemmäs yleisiä rahoitussektorin valvontaperiaatteita; katso esimerkiksi [27]. Toisin kuin

nykyinen normaali-jakaumaan ja yhden vuoden suunnitteluhorisonttiin perustuva valvontakehikko, kassavirtaperusteinen valvontakehikko on joustava vastuiden ja sijoitusten jakaumaoletusten suhteen. Kassavirtojen simulointiin perustuvat riskinhallintamallit ovat laajalti käytössä vakuutusyhtiöissä monissa OECD-maissa; katso esimerkiksi [10]. On odotettavissa, että suuntaus tulee vahvistumaan Solvenssi II:n myötä.

## 4.1 Nykyinen vakavaraisuuskehikko

Toimivan vakuutusvalvonnan kannalta on tärkeää, että vakavaraisuusvaatimukset pohjautuvat yleisesti tunnettuihin ja hyväksytyihin periaatteisiin. Tässä luvussa esitetään lyhyt johdanto väliaikaislailla 2008 kumottuun TyEL-laitosten vakavaraisuuskehikkoon. Vakavaraisuusrajan yksityiskohtaisen dokumentoinnin sijaan seuraavassa pyritään tuomaan esiin sen taustalla olevat periaatteet ja niiden ongelmat.

TyEL-laitosten vakavaraisuusraja perustuu kaavaan

$$V@R_\delta(W_1 - V_1) \geq 0, \quad (4.1)$$

missä  $V@R_\delta$  on *Value at Risk* (katso luku 2.2) riskitasolla  $\delta \in (0,1)$ ,  $W_1$  on laitoksen varallisuus ja  $V_1$  sen vastuuvelka yhden vuoden kuluttua. Vakavaraisuusraja tarkoittaa, että vuoden kuluttua laitoksen sijoitusvarallisuuden ja vastuuvelan erotus on positiivinen todennäköisyydellä  $1 - \delta$ . Jos sijoitusluokkien joukkoa merkitään  $J$ , voidaan sijoitusvarallisuus lausua

$$W_1 = R_1 \cdot h,$$

missä vektori  $h = (h_j)_{j \in J}$  vastaa sijoitusallokaatiota vuoden alussa, satunnaisvektori  $R_1 = (R_{1,j})_{j \in J}$  antaa sijoitusluokkien suhteelliset arvonnauutokset seuraavan vuoden yli ja piste merkitsee vektorien sisätuloa. Jos oletetaan, että

$$V_1 = (1 + r_1)V_0, \quad (4.2)$$

missä eläkevastuiden täydennyskerroin  $r_1$  on tuottovektorin  $R_1$  kanssa yhteisesti normaali-jakautunut, voidaan (4.1) kirjoittaa muotoon

$$E(W_1 - V_1) - a\sigma(W_1 - V_1) \geq 0,$$

missä  $E$  merkitsee odotusarvoa,  $\sigma$  hajontaa ja  $a$  on riskitasoa  $\delta$  vastaava standardinormaali-jakauman kvantiili. Nettovarallisuuden  $W_1 - V_1$  odotusarvo

ja hajonta voidaan lausua muodossa

$$\begin{aligned} E(W_1 - V_1) &= E(R_1) \cdot h - (1 + E(r_1))V_0, \\ \sigma(W_1 - V_1) &= \sqrt{h^T \sigma^2(R_1)h + \sigma^2(r_1)V_0^2 + 2V_0\sigma(R_1, r_1) \cdot h}, \end{aligned}$$

missä  $E(R_1)$ ,  $E(r_1)$ ,  $\sigma^2(R_1)$ ,  $\sigma^2(r_1)$  ja  $\sigma^2(R_1, r_1)$  ovat muuttujien  $R_1$  ja  $r_1$  odotusarvot, varianssit ja kovarianssit.

Jos  $r_1$  on vakio  $i^v$ , päädytään vuonna 1997 voimaan tullutta vakavaraisuusrajaa muistuttavaan ehtoon

$$W_0 E(R_1) \cdot \beta - (1 + i^v)V_0 - W_0 1.96 \sqrt{\beta^T \sigma^2(R_1) \beta} \geq 0,$$

missä vektori  $\beta = h/W_0$  koostu suhteellisista sijoitusosuuksista. Olennainen ero vuonna 1997 voimaan tulleeseen vakavaraisuusrajaan nähden on, että tämä on turvaavampi ja konvekssi sijoitusallokaation suhteen; katso myös [25]. Konveksisuus tarkoittaa olennaisesti, että vakavaraisuusvaatimus tukee sijoitusallokaation hajautusta, mikä on riskienhallinnan tärkeimpiä periaatteista. Konveksisuus on tärkeää myös kvantitatiivisen sijoitussuunnittelun kannalta, sillä se mahdollistaa tehokkaiden optimointimenetelmien soveltamisen; katso esimerkiksi [6, 35].

Jos taas  $r_1 = 0.9i^v + 0.1r_1^o$ , missä  $r_1^o$  kuvaa järjestelmän keskimääräistä osaketuottoa, päädytään vaatimukseen

$$\begin{aligned} W_0 E(R_1) \cdot \beta - (1 + 0.9i^v + 0.1E(r_1^o))V_0 \\ - 1.96 \sqrt{W_0^2 \beta^T \sigma^2(R_1) \beta + 0.1^2 \sigma^2(r_1^o) V_0^2 + 2V_0 \sigma(R_1, r_1^o) \cdot h} \geq 0. \end{aligned}$$

Jos tässä oletetaan, että  $\sigma(R_1, r_1^o) = 0$ , päädytään nykyisen vakavaraisuusrajan kaltaiseen ehtoon

$$W_0 E(R_1) \cdot \beta - (1 + 0.9i^v + 0.1E(r_1^o))V_0 - 1.96 \sqrt{W_0^2 \beta^T \sigma^2(R_1) \beta + 0.1^2 \sigma^2(r_1^o) V_0^2} \geq 0.$$

Erona nykyiseen vakavaraisuusrajaan on, että tämä tukee sijoitusallokaation hajautusta ja on johdonmukaisesti perusteltu. Nykyisen vakavaraisuusrajan ongelmia on käsitelty viitteessä [22]. Joihinkin havaittuihin ongelmiin on esitetty korjausehdotuksia selvityksessä [49].

Yllä esitetyt vakavaraisuusrajat perustuvat oletukseen sijoitustuottojen ja vastuvelan yhteisjakauman normaalisuudesta. Tämä on epärealistinen oletus, sillä yhdenkään sijoitusluokan tuotto ei voi olla normaalijakautunut. Esimerkiksi rahamarkkinasijoitusten tuotto on aina suurempi kuin 0 % (sijoittaja ei talleta negatiivisella nominaalikorolla) ja osaketuototkin ovat aina vähintään -100 % (osaksijoittaja voi menettää korkeintaan sijoittamansa pääoman). Normaalijakauma

antaa kuitenkin positiivisen todennäköisyyden myös -100 % alittaville tuotoille. Eläkevastuiden täydennyskertoimen tapauksessa normaalijakaumaoletus on vieläkin epärealistisempi. Täydennyskerroin määräytyy luvussa 3.3.2 kuvattujen monimutkaisten mekanismien perusteella ja sen kehitystä on vaikea ennakoida edes jakaumamielessä.

Yksinkertainen parannus nykyiseen vakavaraisuuskehikkoon olisi korvata sijoitustuottojen ja vastuuvelan normaalijakaumaoletus realistisemmalla mallilla. Vakavaraisuusvaatimus (4.1) voitaisiin edelleen verifioida numeerisesti käyttäen simulointia. Realististen jakaumien käyttö Value at Risk-luvun yhteydessä johtaa kuitenkin yleensä epäkonvekseihin vakavaraisuusvaatimuksiin, jotka eivät tue sijoitusallokaation hajautusta. Konveksisuus voitaisiin säilyttää, jos Value at Risk korvattaisiin jolloin konveksilla, paremmin riskinhallintaa tukevalla riskimitalla kuten esimerkiksi Conditional value at Risk; katso luku 2.2.

Nykyisenkaltaisten vakavaraisuusvaatimusten suurin ongelma on kuitenkin vastuuvelan taaksepäin katsova määrittely, joka ei huomioi tulevaan vuosikymmenien aikana maksuun tulevaan eläkemenoon liittyvää epävarmuutta. Kaavassa (4.1) vastuiden tuleva hinta  $V_1$  voitaisiin toki määritellä jokaisessa skenaariossa erikseen numeerisesti luvussa 2 esitetyllä menetelmällä, mutta tämä johtaisi kohtuuttoman raskaaseen laskentaan. Alla esitettävä vakavaraisuuskehikko välttää tämän ongelman huomioimalla vakuutus sopimusten kassavirrat jo itse vakavaraisuusvaatimuksen määrittelyssä.

## 4.2 Kassavirtaperusteinen vakavaraisuuskehikko

Vakuutuslaitos on *vakavarainen*, jos se kykenee tuottamaan myymiensä vakuutus sopimusten kassavirrat hyväksyttävällä riskitasolla vakuutusten kuolettumiseen saakka. Yleisellä tasolla aihetta on käsitelty esimerkiksi IAIS:n raporteissa [27, 39, 38]. Kuten markkinakonsistenttiin vastuuvelkaan ja vakuutusmaksuun (katso luvut 2 ja 3), myös vakuuttajan vakavaraisuuteen vaikuttavat olennaisesti

1. **todennäköisyysjakauma:** näkemykset sijoitustuottojen ja eläkemenon kehityksestä sekä niihin liittyvästä epävarmuudesta,
2. **riskipreferenssit:** hyväksyttävä riskitaso, jolla eläkemenot tulee kattaa,
3. **suojausstrategia:** sijoitusstrategia, jolla vastuiden katteena oleva varallisuus sijoitetaan.

Valvonnan kannalta on olennaista, että kaksi ensimmäistä tekijää vastaavat valvojan näkemyksiä. Valvojan vaatimukset täyttävän sijoitusstrategian tuottaminen jää vakuuttajan tehtäväksi. Vakuutus sopimusten katteena olevan sijoitusvarallisuuden sijoittaminen vakuutettujen edut turvaavalla tavalla on vakuuttajan tärkeimpiä tehtäviä. Sijoitussuunnitelman turvaavuuden ja tuottavuuden arviointi

perustuu aina arvioijan riskipreferensseihin sekä näkemykseen tulevien korvausmenojen ja sijoitustuottojen kehityksestä.

Seuraavassa formuloidaan vakavaraisuusvaatimus, joka perustuu vakavaraisuuden arvioijan näkemysten ja riskipreferenssien kvantitatiiviseen formulointiin. Tuloksena saadaan kvantitatiivinen vakavaraisuusvaatimus, joka huomioi vakuuttajan kyvyn sijoittaa vastuiden katteena oleva varallisuus vastuiden edellyttämällä tavalla. Olennaisin ero TyEL-laitosten nykyiseen vakavaraisuusvaatimukseen on, että yhden vuoden mallin sijaan seuraavassa huomioidaan vastuiden ja varojen epävarma kehitys vastuiden kuolettumiseen saakka IAIS:n suositusten mukaisesti [37, 38]. Alla esitetty formulointi perustuu luvussa 2 esitettyyn malliin. Valvontakehikon käytännön toteutus voi perustua joko valvojan määrittelemään “standardimalliin” tai valvojan hyväksymään laitoksen sisäiseen malliin. Vakuutuslaitosten sisäisten mallien käyttöä valvonnassa on käsitelty IAIS:n raportissa [40] sekä Solvenssi II-direktiivin luvussa IV.

Vakuutuslaitoksen sijoitusvarallisuus jakautuu likvideihin ja epälikvideihin sijoitusluokkiin  $J$  ja  $\bar{J}$ ; katso luku 2. Luokan  $\bar{J}$  sijoitusinstrumentit pidetään matu-riteettiinsa asti kun taas luokan  $J$  sisällä allokaatiota voidaan päivittää dynaamisesti riippuen markkinoiden ja vakuutusriskien kehityksestä. Luokan  $j \in J$  tuottoa periodin  $[t-1, t]$  aikana merkitään  $R_{t,j}$  ja luokan  $j \in \bar{J}$  vuoden  $t$  käteistuottoa sijoitettua rahayksikköä kohden  $\bar{R}_{t,j}$ . Merkitään vakuutuslaitoksen vakuutusportfolion vuotuista korvausmenoa  $c_t$ . Vakuutuslaitos on *vakavarainen*, jos sen sijoitussuunnitelma  $(h, \bar{h})$  toteuttaa

$$\begin{aligned} \sum_{j \in J} h_{t,j} + c_t &\leq \sum_{j \in J} R_{t,j} h_{t-1,j} + \sum_{j \in \bar{J}} \bar{R}_{t,j} \bar{h}_j \quad t = 1, \dots, T, \\ h_{t,j} &\geq 0 \quad j \neq 0, \\ \sum_{j \in J} h_{T,j} &\in \mathcal{A}. \end{aligned}$$

Tässä  $\mathcal{A}$  on hyväksyttävyyssjoukko, joka määrittelee valvojan vaatiman turvaavuu-  
tason; katso luku 2.2. Sijoitussuunnitelma  $(h, \bar{h})$  sisältää lähtöhetken allokaation lisäksi myös suunnitellut allokaatiopäivitykset likvideissä sijoituskohteissa. Vuoden  $t$  alussa luokkaan  $j \in J$  sijoitettava rahamäärä  $h_{t,j}$  voi reagoida hetken  $t$  mennessä havaittuun informaatioon, mutta se ei voi riippua hetken  $t$  jälkeen havaittavasta informaatiosta. Sijoitusstrategia  $h = (h_t)_{t=0}^T$ , missä  $h_t \in \mathbb{R}^J$  on siis adaptoitunut saatavilla olevaan informaatioon; katso esimerkiksi [17].

Yllä esitetty vakavaraisuusvaatimus riippuu olennaisesti korvausmenojen ja sijoitustuottojen todennäköisyysjakaumasta. Yhdessä sijoitusstrategian kanssa todennäköisyysjakauma määrää varallisuusjakauman. Tärkeä osa todennäköisyysjakaumaa on prosessien  $c$ ,  $R$  ja  $\bar{R}$  riippuvuusrakenne. Jos jokin sijoitusluokka  $j \in \bar{J}$  vastaa esimerkiksi jälleenvakuutusta, saattaa sen tuottoprosessi  $\bar{R}_j$  määräytyä täysin eläkemenon  $c$  perusteella. Tällaiset sijoitusinstrumentit ovat luonnollisesti arvokkaita vakuuttajan riskienhallinnan kannalta. Valvonnassa käytettävän vakava-



raisuuskehikon taustalla olevan todennäköisyyksmallin tulisi olla realistinen ja valvojan hyväksymä. Sisäisten mallien tilastollisia ominaisuuksia on käsitelty IAIS:n raportissa [40] sekä Solvenssi II-direktiivin 121 artiklassa.

Hyväksyttävyyssjoukon  $\mathcal{A}$  tulee olla riskienhallintaperiaatteiden mukainen ja riittävän yksinkertainen, jotta se ei kohtuuttomasti vaikeuta vakuutuslaitosten sijoitussuunnittelua. Kuten nykyjärjestelmässä ja IAIS:n raportissa [36], myös yllä esitettyyn vakavaraisuuskehikkoon voidaan helposti liittää erilaisia “early warning” kriteereitä, joiden täytyessä voidaan ryhtyä eriasteisiin valvontatoimenpiteisiin laitoksen vakavaraisuuden parantamiseksi. Tämä voidaan toteuttaa käyttämällä useampaa hyväksyttävyyssjoukkoa, joiden riskitaso kasvaa asteittain.

### 4.3 Yhteenveto

Tässä luvussa on esitetty kassavirtaperusteinen vakavaraisuuskehikko eläkevakuuttajien valvontaan. Kehikko huomioi sekä vakuutus- että markkinariskit vastuiden kuolettumiseen saakka. Solvenssi II:n ja IAIS:n suositusten (ja vakuutettujen etujen) mukaisesti kehikko arvioi vakuuttajan kykyä tuottaa myöntämiensä vakuutus-ten kassavirtoja. Valvontakehikko voidaan toteuttaa laitoskohtaisesti huomioiden tutkittavan laitoksen vastuiden ja sijoitustuottojen kehitys sekä laitoksen sijoitussuunnitelma. Esitetty kehikko vaatii, että vakuuttajan esittämä sijoitussuunnitelma toteuttaa valvojan asettamat riskirajoitteet.

Valvontakehikon toteutus koostuu seuraavista osista:

1. Vakuutusportfolion aiheuttamien vuotuisten korvausmenojen ja sijoitustuottojen kvantitatiivinen kuvaus; katso luku 5. Tässä voidaan käyttää valvojan määrittelemää tai valvojan hyväksymää laitoksen sisäistä mallia.
2. Valvojan määrittelemä turvaavuustaso, jolla korvausmenot tulee kattaa.
3. Laitoksen esittämän sijoitussuunnitelman evaluointi. Evaluoinnin tulee näyttää, että sijoitussuunnitelma toteuttaa valvojan asettaman turvaavuustason.

Ehdotettu kehikko perustuu siis olennaisesti valvottavan laitoksen varallisuuden mallintamiseen konsistentisti vastuiden kuolettumiseen saakka. Laitoskohtaisen mallin rakentaminen edellyttää laitoksen vastuisiin ja sijoitusvarallisuuteen kohdistuvien riskien tunnistamista ja ymmärtämistä; katso IAIS:n raportti [38] sekä Solvenssi II-direktiivin 120–125 artikla. Tämä on luonnollisesti vaativa tehtävä, mutta se on myös välttämätöntä vakuutettujen etujen turvaamiseksi. Kvantitatiivisten mallien kehitys edistää vakuuttajan osaamista ja sisäistä riskienhallintaa. Kohdan 1 mukaista stokastista mallinnusta on käsitelty luvussa 5. Turvaavuustason ja sijoitussuunnitelman määrittelyä on käsitelty luvussa 2.

Esitetty valvontakehikko olisi sosiaali- ja terveystieteiden ministeriön asettaman, vakavaraisuuskehikon uudistamista pohtineen asiantuntijaryhmän ehdottaman vakavaraisuusmekanismin uudistuksen lähtökohtien mukainen [49, s.25]. Esitettyssä vaka-

#### LUKU 4. KASSAVIRTAPERUSTEINEN VAKAVARAISUUSKEHIKKO

varaisuuskehikossa riskitaso olisi helposti asetettavissa työeläkejärjestelmän tavoitteiden mukaisesti. Kehikko olisi helposti sovellettavissa sekä suurissa että pienissä eläkelaitoksissa ja se kykenisi ottamaan huomioon joustavasti uudet sijoitusinstrumentit. Vakavaraisuuden mittarit olisivat yksiselitteisesti määriteltävissä sekä eläkelaitoksen että valvojan kannalta.

## Luku 5

# Eläkevakuuttajan vara- ja vastuumalli

Tässä luvussa on esitetty stokastinen malli eläkevakuuttajan vastuulle ja sijoitus- tuotoille. Pitkän aikavälin eläkevakuuttajan vastuisiin ja vastuiden katteena olevan varallisuuden tuottoihin liittyy merkittävää epävarmuutta, jonka huomioiminen on olennainen osa eläkevakuuttajan sijoitussuunnittelua. Eläkevakuuttajan tärkein tehtävä on sijoittaa vastuidensa katteena oleva varallisuus siten, että se vastaa mahdollisimman hyvin tulevaa eläkemenoa kaikissa skenaarioissa vastuiden kuolettumiseen saakka. Tämä on vaativa tehtävä, jonka tueksi on kehitetty erilaisia kvantitatiivisia tekniikoita; katso esimerkiksi luvut 2–4. Vakuutuslaitoksen sijoitustoiminnan kvantitatiivinen analysointi ja optimointi edellyttää asianmukaista kuvausta laitoksen sijoitustuottoihin ja vastuisiin liittyvästä epävarmuudesta ja riippuvuuksista yli ajan. Käytännön toteutuksissa on tärkeää, että kuvaus soveltuu hyvin numeeriseen laskentaan ja että se on riittävän yksinkertainen, jotta se voidaan kalibroida datan ja vakuuttajan ja/tai valvojan näkemysten mukaisesti.

Tässä luvussa esitetty malli kuvaa TyEL:n mukaisia vanhuuseläkevastuita sekä tärkeimpien sijoitusluokkien tuottoja. Tavoitteena on huomioida vastuisiin ja varoihin liittyvät olennaisimmat riskit riittävän yksinkertaisella, tehokkaaseen laskentaan soveltuvalla tavalla. Vanhuuseläkevastuisiin vaikuttavat olennaisimmat riskitekijät ovat hinta- ja palkkainflaatio sekä elinaikariski. Pitkällä aikavälillä keskimääräisen elinajan kehitykseen liittyy huomattavaa epävarmuutta, mutta siihen liittyvien riskien mallinnusta ja hallintaa on tutkittu toistaiseksi vähän. Tässä luvussa esitetty stokastinen malli sisältää yksinkertaisen kuvauksen eri ikä- ja sukupuoliluokkien kuolleisuuden kehitykseen liittyvästä epävarmuudesta. Elinakariskin mallinnusta on käsitelty yksityiskohtaisemmin viitteessä [2].

Alla esitettyssä mallissa sijoitusluokat on jaettu laina- ja osakerahastoihin. Lainarahastot on jaettu edelleen neljään alaluokkaan: rahamarkkina-, valtio-, inflaatioidonnoiset - ja yritysainat. Inflaatioidonnoiset lainat tarjoavat tärkeän rahoitusinstrumentin inflaatiosta riippuvien eläkeoikeuksien suojaukseen. Viimeistään

vuoden 2008 rahoituskriisin myötä tuli selväksi, että lainasijoituksissa on tärkeää huomioida myös lainojen vastapuoliriski; katso [49, s.24–24]. Tässä luvussa esitetyssä mallissa kiinteäkorkoiset lainat luokitellaan niiden vastapuoliriskin mukaan. Osakesijoitukset kuvataan kahdella osakerahastolla: suomalaiset ja globaalit sijoitukset.

Esitetty malli sisältää kuvauksen myös TyEL-palkkasumman kehityksestä. Palkkasumman kehitykseen liittyy huomattavaa epävarmuutta ja sillä on olennainen vaikutus tulevaan eläkemaksutasoon. Palkkasummaan vaikuttavat olennaisesti työkäisten määrä, työllisyysaste ja palkkainflaatio. Työllisyysasteen kehitykseen liittyvän epävarmuuden vaikutusta eläkemaksutasoon ei ole aiemmin kvantifioitu.

Alla esitetyssä mallissa vastuisiin ja sijoituksiin vaikuttavat riskit kuvataan 16 riskitekijän avulla. Kaikilla riskitekijöillä on selkeä tulkinta, mikä on olennaista arvioitaessa riskitekijöiden tulevaa kehitystä ja siihen liittyvää epävarmuutta. Esitetty malli on helppo kalibroida historian, vallitsevan markkinatilanteen ja käyttäjän näkemysten mukaan. Mallin rakenne soveltuu hyvin numeeriseen laskentaan ja se on helposti implementoitavissa nykyisille pöytä tietokoneille.

Malli kalibroitiin vastaamaan ETK:n vuoden 2009 laskelman [13] oletuksia siten, että riskitekijöiden mediaanien kehitys vastaavat ETK:n deterministisiä oletuksia. Näin saatiin tiettävästi ensimmäinen julkaistu kuvaus TyEL-vanhuuseläkemenoon ja -palkkasummaan liittyvästä epävarmuudesta, jossa huomioidaan kulluttajahinta- ja palkkainflaatioon, työllisyysasteeseen ja huoltosuhteeseen liittyvät riskit. Laskelmissa tutkittiin elinaikakertoimen tulevaan kehitykseen liittyvää epävarmuutta ja sen vaikutusta vanhuuseläkemenon ja palkkasumman suhteeseen.

Luvussa 5.1 on kuvattu miten eläkemenot ja palkkasumma riippuvat hinta- ja palkkainflaatioista, kuolleisuudesta ja työllisyysasteesta. Luvussa 5.2 on kuvattu kuinka bondisijoitusten kokonaistuotot riippuvat koroista. Luvussa 5.3 on esitetty 16-ulotteinen stokastinen prosessi, joka kuvaa yllä mainittujen riskitekijöiden kehitystä yli ajan. Luvussa 5.4 on esitetty simulointitutkimus eläkemenoon ja palkkasummaan liittyvästä epävarmuudesta.

## 5.1 Eläkemeno

Tässä luvussa esitetään malli TyEL-järjestelmän kokonaiseläkemenolle. Eläkkeiden rahastoiduille osille on esitetty malli viitteessä [22]. Tulevaisuudessa kustannettava eläkemeno on epävarmaa ja se riippuu mm. kuolevuudesta ja elinkustannus- ja ansiotasoindeksistä sekä työntekijöiden eläköitymisiäst. Tulevaisuudessa kertyvät uudet eläkeoikeudet riippuvat lisäksi palkkasummasta. Alla esitetty malli laajentaa viitteessä [19] esitettyä mallia huomioiden työllisyysasteeseen ja kuolevuuteen liittyvän epävarmuuden. Ikä- ja sukupuolikohtaiset kuolevuudet mallinnetaan stokastisina käyttäen artikkelissa [2] esitettyä tekniikkaa. Kuolevuusriski on olennainen tekijä arvioitaessa eläkevakuutusten kustannuksia. Tämän luvun lopussa on tutkitty erityisesti elinaikakertoimen vaikutusta eläkemenoon liittyvän elinaikariskin tasaamisessa.

Kussakin ikä- ja sukupuoliluokassa väestö voidaan jakaa kolmeen ryhmään:

$a$  aktiivit ja inaktiivit,

$e$  eläkeläiset (vanhuus-, työkyvyttömyys- ja työttömyyseläkeläiset),

$k$  kuolleet.

Vuoteen  $t$  mennessä ikäluokkaan  $x$  kertyneet eläkeoikeudet voidaan jakaa vastaavasti  $e_{t,x}^a$ ,  $e_{t,x}^e$  ja  $e_{t,x}^k$ . Tässä sukupuoli-indeksi on jätetty pois, sillä eläkeoikeudet määräytyvät sekä miehille että naisille samaan säännösten mukaan. Vektorin  $e_{t,x} = (e_{t,x}^a, e_{t,x}^e, e_{t,x}^k)$  kehitys noudattaa kaavaa

$$e_{t+1,x+1} = D_{t,x} P_{t,x}^T e_{t,x} + \gamma_x S_{t,x},$$

missä

- $P_{t,x}$  tilasiirtomatriisi ryhmien  $a$ ,  $e$  ja  $k$  välillä.
- $D_{t,x}$  eläkeoikeuksien indeksimuutokset sisältävä diagonaalimatriisi (palkkakerroin, työeläkeindeksi sekä elinaikakerroin).
- $\gamma_x$  TyEL:n mukainen eläkekertymä palkkasummasta. Vain  $\gamma_x$ :n ensimmäinen komponentti poikkeaa nolasta.
- $S_{t,x}$  palkkasumma.

Indeksimuutos- ja eläkekertymäkerroimet  $D_{t,x}$  ja  $\gamma_x$  määräytyvät TyEL 64 §:n mukaan. Kerroin  $D_{t,x}$  riippuu olennaisesti elinkustannus- ja ansiotasoindeksistä. Palkkasumma  $S_{t,x}$  riippuu työntekijöiden määrästä ja palkkojen tasosta.

Tilasiirtomatriisi mallinnetaan muodossa

$$P_{t,x} = \begin{bmatrix} p_{t,x}^{a,a} & p_{t,x}^{a,e} & p_{t,x}^{a,k} \\ 0 & p_{t,x}^{e,e} & p_{t,x}^{e,k} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

missä kaikki alkiot ovat välillä  $[0,1]$  ja rivisummat ovat 1. Jos vuonna  $t$  ikäluokassa  $x$  kuolintodennäköisyys on  $q_{t,x}$  ja eläköitymistodennäköisyys on  $\tilde{q}_{t,x}$  niin

$$\begin{aligned} p_{t,x}^{a,a} &= (1 - q_{t,x})(1 - \tilde{q}_{t,x}), & p_{t,x}^{a,e} &= (1 - q_{t,x})\tilde{q}_{t,x}, & p_{t,x}^{a,k} &= q_{t,x} \\ p_{t,x}^{e,e} &= 1 - q_{t,x}, & p_{t,x}^{e,k} &= q_{t,x}. \end{aligned}$$

### 5.1.1 Palkkakerroin ja työeläkeindeksi

Palkkakerroin ja työeläkeindeksi lasketaan kaavalla

$$\begin{aligned} D_{t,x}^a &= 1 + 0.2\pi_t^p + 0.8\pi_t^w, \\ D_{t,x}^e &= 1 + 0.8\pi_t^p + 0.2\pi_t^w, \end{aligned}$$

kun  $x \neq 62$ . Tässä  $\pi_t^p$  on yleinen hintainflaatio ja  $\pi_t^w = \ln A_t - \ln A_{t-1}$  palkkainflaatio. Tässä siis  $A_t$  on yleinen ansiotasoindeksi vuonna  $t$ . Ikäluokissa  $x = 62, \dots, 67$

$$\begin{aligned} D_{t,x}^a &= (1 + 0.2\pi_t^p + 0.8\pi_t^w)l_{t,x}, \\ D_{t,x}^e &= (1 + 0.8\pi_t^p + 0.2\pi_t^w)l_{t,x}, \end{aligned}$$

missä  $l_{t,x}$  on ikäluokan  $x$  elinaikakerroin vuonna  $t$ .

Todellisuudessa nykyisen TyEL:n mukaiset palkkakerroin ja työeläkeindeksi riippuvat työntekijän eläkemaksusta, joka taas vaihtelee eläkemaksun jakojärjestelmäosan mukaan. Jakojärjestelmäosa taas riippuu TyEL-laitosten vastuulla olevasta eläkkeiden rahastoiduista osista. Rahastoidut osat taas riippuvat eläkkeiden täydennyskertoimesta (ns.  $i^v$ -kerroin), joka riippuu kaikkien eläkelaitosten vaka-varaisuusasteesta, yli 53 vuotiaiden korotetun työeläkevakuutusmaksun määrästä, eläkelaitosten osaketuotoista sekä muista, erikseen sovittavista siirroista. Rekursiivista, vaikeaselkoista laskentaa on kuvattu esimerkiksi ETK:n ohjeessa [15] sekä TyEL-laskuperusteissa, tosin osa parametreista määrätään ilman julkisesti saatavilla olevaa laskentakaavaa. Näiden monimutkaisten riippuvuuksien tarkka mallintaminen on hankalaa (katso esimerkiksi [22]), mutta toisaalta niiden vaikutus palkkakertoimeen ja työeläkeindeksiin on suhteellisen pieni. Tämän luvun laskelmissa käytetään yllä esitettyjä yksinkertaistettuja, paremmin numeeriseen laskentaan soveltuvia kaavoja.

### 5.1.2 Palkkasumma ja uudet eläkeoikeudet

Ikäluokkakohtainen palkkasumma voidaan lausua muodossa

$$S_{t,x} = s_{t,x} Z_{t,x} K_{t,x}^a,$$

missä  $s_{t,x}$  on keskipalkka,  $Z_{t,x}$  työllisyysaste ja  $K_{t,x}^a$  työvoima (aktiivien ja inaktiivien yhteenlaskettu määrä) ikäluokassa  $x$  vuonna  $t$ . Kaikkiin kolmeen suureeseen liittyy epävarmuutta. Keskipalkan ja työllisyysasteen kehitystä mallinnetaan kaavoilla

$$\begin{aligned} s_{t,x} &= s_{0,x} \frac{A_t}{A_0}, \\ Z_{t,x} &= Z_{0,x} \bar{Z}_t, \end{aligned}$$

missä  $A_t$  on yleinen ansiotasoindeksi ja  $\bar{Z}_t$  on yleinen työllisyysaste. Työvoiman kehitystä mallinnetaan kaavalla

$$K_{t,x}^a = \begin{cases} p_{t,x}^{a,a} K_{t-1,x-1}^a + M_{t,x} & \text{jos } x > 0, \\ \sum_{y \in X} \sigma_{t,y} K_{t,y}^a & \text{jos } x = 0, \end{cases}$$

missä  $M_{t,x}$  on nettomaahanmuutto ja  $\sigma_{t,y}$  on hedelmällisyysluku vuonna  $t$  ikäluokassa  $y$ .

Tulevaisuudessa kertyvät uudet eläkeoikeudet riippuvat palkkasummasta TyEL 64 §:n mukaisesti ja ne voidaan lausua muodossa  $\gamma_x S_{t,x}$ . Tässä  $\gamma_x$  riippuu riippuu työntekijän eläkemaksusta, jonka monimutkaisia riippuvuuksia on kuvattu yllä luvussa 5.1.1.

### 5.1.3 Kuolevuusriskit

Seuraavassa esitetty stokastinen kuolevuusmalli on kuvattu tarkemmin viitteessä [2]. Mallin tarkoituksena on kuvata vuotuisten kuolintodennäköisyyksien stokastista kehitystä yli ajan kussakin ikä- ja sukupuoliluokassa. Kuolintodennäköisyydet mallinnetaan stokastisina prosesseina siten, että kaikkien ikäluokkien kuolintodennäköisyys riippuu pienestä määrästä riskitekijöitä. Näin mallin dimensio saadaan pysymään riittävän pienenä ja samalla päästään kontrolloimaan kuolintodennäköisyyksien vaihtelua yli ikäluokkien paljolti kuten klassisessa Gompertz-mallissa.

Seuraavassa  $p_{x,t}$  on todennäköisyys, jolla vuoden  $t$  alussa  $x$  vuotta täyttänyt elävä henkilö (miehet ja naiset mallinnetaan erikseen) on elossa vuoden  $t$  lopussa. Elintodennäköisyydet  $p_{x,t}$  eivät ole havaittavia suureita, toisin kuin elossaolevien määrät  $E_{x,t}$  kunkin vuoden alussa. Näiden välillä vallitsee yhteys

$$E_{x+1,t+1} \sim \text{Bin}(E_{x,t}, p_{x,t}).$$

Elosaolevien  $x + 1$  vuotiaiden määrä vuoden  $t$  lopussa on siis binomijakautunut muuttuja, jonka arvot ovat välillä  $[0, E_{x,t}]$ . Viitteessä [2] esitetyssä mallissa elintodennäköisyydet mallinnetaan kaavalla

$$p_x(v) = \frac{\exp(\sum_{i=1}^n v_i \phi_i(x))}{1 + \exp(\sum_{i=1}^n v_i \phi_i(x))}, \quad (5.1)$$

missä  $\phi_i$  ovat mallin käyttäjän valitsemia kantafunktioita ja  $v_i$  ovat reaaliarvoisia riskitekijöitä, jotka mallinnetaan stokastisina prosesseina.

Kun lukujen  $E_{x,t}$  ja  $E_{x+1,t+1}$  historialliset arvot ovat tiedossa, voidaan annettuja kantafunktioita vastaavat riskitekijöiden  $v_t$  historialliset arvot estimoida maximum likelihood tekniikalla; katso [2]. Stokastinen kuolevuusmalli saadaan kun riskitekijöiden tuleva kehitys mallinnetaan  $n$ -ulotteisena stokastisena prosessina. Tältä osin viitteen [2] malli vastaa Lee-Carter-mallia [33]. Viitteen [2] mallin riskitekijät ovat kuitenkin helpommin tulkittavissa kuin Lee-Carter-mallin vastaavat.

Tämä on merkittävä etu mallinnettaessa kuolevuuden tulevaa kehitystä. Alla esitetyissä laskelmissa on käytetty viitteen [2] luvussa 3 estimoitua mallia, jossa elintodennäköisyydet riippuvat kolmesta riskitekijästä, jotka vastaavat 18, 50 ja 100 vuotiaiden logit-elintodennäköisyyksiä.

## 5.2 Sijoitustuotot

Työeläkevakuuttajan strategisessa sijoitussuunnittelussa varallisuus allokoidaan sijoitusluokkiin, jotka on muodostettu tuottoprofilinsa mukaan mahdollisimman homogeenisista sijoituskohteista. Sijoitusluokat voidaan nähdä rahastoina, joista kukin sijoittaa tietyn tyyppiin arvopapereihin. Sijoituskohteiden luokittelun tarkoitus on pienentää riskitekijöiden määrää ja näin helpottaa strategista suunnittelua. Tehokkaan sijoitussuunnittelun kannalta on myös tärkeää, että sijoitukset on luokiteltu siten, että eri luokkien tuotot ovat keskenään mahdollisimman riippumattomia. Tällöin sijoitusallokaation valinnalla päästään tehokkaammin vaikuttamaan kokonaistuottojakaamaan.

Tässä luvussa esitetään kuinka erityyppisten laina- ja osakerahastojen tuotot voidaan kuvata yksinkertaisilla malleilla, joissa kuukausittaiset tuotot riippuvat yhdestä tai kahdesta riskitekijästä. Esitetyissä malleissa riskitekijöillä on selkeä tulkinta, mikä helpottaa riskien arviointia ja vakuuttajan näkemysten huomioimista. Tarkempi kuvaus lainarahastojen tuotoista on esitetty viitteessä [31].

Rahamarkkinasijoitusten tuotto yli  $\Delta t$ -mittaisen sijoitusperiodin voidaan lausua muodossa

$$R = e^{r_t \Delta t},$$

missä  $r_t$  on  $\Delta t$  pituisten rahamarkkinasijoitusten korko. Kun lainojen maturiteetit ylittävät sijoitusperiodin pituuden, tulee kokonaistuottoa määriteltäessä huomioida lainojen arvon muutos periodin aikana. Kun lainarahaston kuponki- ja pääomamaksut sijoitetaan takaisin saman sijoitusluokan bondeihin, on rahaston kokonaistuottoindeksi  $P_t$  sama kuin sen markkina-arvo. Rahaston sisäinen korko  $Y_t$  (yield to maturity) hetkellä  $t$  määritellään yhtälöllä

$$P_t = \sum_{n=1}^N e^{-Y_t(t_n-t)} C_{t,n}, \quad (5.2)$$

missä  $C_{t,n}$  on rahaston bondien yhteenlasketut kuponki- ja pääomamaksut, jotka tulevat maksuun hetkellä  $t_n$ .

Soveltamalla ensimmäisen kertaluvun approksimaatiota kokonaistuottoindek-



sin logaritmin kuukausimuutoksiin saadaan

$$\begin{aligned}\Delta \ln P_t &\approx \left( \frac{\partial P_t}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial P_t}{\partial Y_t} \Delta Y_t + \sum_{n=1}^N \frac{\partial P_t}{\partial C_{t,n}} \Delta C_{t,n} \right) / P_t \\ &= Y_t \Delta t - D \Delta Y_t + \sum_{n=1}^N e^{-Y_t(t_n-t)} \Delta C_{t,n} / P_t,\end{aligned}\quad (5.3)$$

missä

$$D := -\frac{1}{P_t} \frac{\partial P_t}{\partial Y_t}$$

on rahaston *duraatio*. Luottoriskittömien kiinteäkuponkisten bondien tapauksessa  $\Delta C_{t,n} = 0$ . Inflaatioidonnaisten lainojen tapauksessa kuponki- ja pääomamaksut muuttuvat inflaation mukana, jolloin  $\Delta C_{t,n} = \pi_t^p C_{t,n} \Delta t$ , missä  $\pi_t^p$  on periodin  $t$  hintainflaatio. Yrityslainojen tapauksessa luottotappioiden vaikutusta voidaan approksimoida kaavalla

$$\Delta C_{t,n} \approx -(Y_t - Y_t^G) C_{t,n} \Delta t,$$

missä  $Y_t^G$  on vastaavan maturiteetin valtiolainojen sisäinen korko; katso [31].

Kaikkiin bondituottokaavoihin lisätään vielä vakiotermin  $c \Delta t$ , missä  $c$  kuvaa mahdollisia likvidisyys- ja/tai riskipreemioita. Tuottokaavoiksi saadaan tällöin

$$\Delta \ln P_t^G \approx (Y_t^G + c^G) \Delta t - D^G \Delta Y_t^G$$

kiinteäkuponkisten bondien rahastolle,

$$\Delta \ln P_t^I \approx (Y_t^I + \pi_t^p + c^I) \Delta t - D^I \Delta Y_t^I$$

inflaatioidonnaisten bondien rahastolle ja

$$\Delta \ln P_t^C \approx (Y_t^C + c^C) \Delta t - D^C \Delta Y_t^C$$

yrityslainarahastolle. Vakiot  $D$  ja  $c$  voidaan estimoida historiadatasta ja/tai asettaa mallinnettavan lainaportfolion ominaisuuksien mukaan; katso [31].

Osakerahastojen tuotot riippuvan kyseisen indeksin  $P$  kehityksestä yksinkertaisen kaavan

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

mukaan. Kukin osakerahasto mallinnetaan indeksinsä kautta.

### 5.3 Riskitekijöiden mallinnus

Luvussa 5.1 kuvattu vanhuuseläkemeno ja palkkasumma määräytyvät hinta- ja palkkainflaatioiden, työllisyysasteen, syntyvyyden ja kuolevuusriskitekijöiden perusteella. Luvussa 5.2 kuvatut sijoitustuotot määräytyvät neljän koron (rahamarkkina  $MM$ , valtiolainat  $G$ , inflaatioidonnaiset lainat  $IL$ , yrityslainat  $C$ ), inflaation

ja osakeindeksien perusteella. Seuraavassa mallinnetaan kaksi osakeindeksiä: suomalaiset  $Fi$  ja globaalit osakkeet  $Gl$ . Malliin sisällytetään Suomen inflaation lisäksi EU:n yleinen hintainflaatio, joka vaikuttaa Euroopan valtioiden inflaationsidonnaisen lainojen tuottoihin.

Yllä mainitut riskitekijät mallinnetaan 16-ulotteisena stokastisena prosessina, jolla pyritään kuvaamaan riskitekijöiden olennaisimmat piirteet. Itsestään selviä piirteitä ovat korkojen ja osakeindeksien positiivisuus sekä työllisyysasteen pysyminen välillä  $(0, 1)$ . Nämä saadaan huomioitua tekemällä sopivat datamuunnokset ja mallintamalla muunnetut riskitekijät reaaliarvoisena prosessina. Alla käytetään muunnoksia

$$z = \ln \left( \frac{Z}{1-Z} \right),$$

työllisyysasteelle,

$$y = \ln(e^Y - 1),$$

koroille ja

$$p = \ln P$$

osakeindekseille. Kääntäen,  $Z = e^z / (1 + e^z)$ ,  $Y = \ln(e^y + 1)$  ja  $P = e^p$ . Muunnokset takaavat että  $Z \in (0, 1)$ ,  $Y > 0$  ja  $P > 0$ . Nämä ominaisuudet saadaan luonnollisesti aikaan myös muilla muunnoksilla. Yllä esitetyt muunnokset valittiin niiden yksinkertaisuuden sekä muutettujen sarjojen käyttäytymisen perusteella. Tavoitteena on kuvata muunnetut sarjat yksinkertaisilla, vähäparametrisilla malleilla. Yksinkertaisuus helpottaa sekä mallin kalibrointia ja tulkintaa että numeerista analyysyä.

Merkitään

$$x = (\pi^{p,EU}, \pi^{p,Fi}, \pi^w, z, y^{MM}, y^G, y^{IL}, y^C, p^{Fi}, p^{Gl}, v^1, \dots, v^6),$$

missä

$$\pi^{p,EU} = \text{Euroalueen hintainflaatio,}$$

$$\pi^{p,Fi} = \text{Suomen hintainflaatio,}$$

$$\pi^w = \text{Suomen palkkainflaatio,}$$

$$z = \text{muunnettu työllisyysaste,}$$

$$y^i = \text{muunnettu korko } i = MM, G, IL, C,$$

$$p^i = \text{muunnettu osakeindeksi } i = Fi, Gl,$$

$$v^i = \text{kuolevuusriskitekijä } i = 1, \dots, 6.$$

Vektorin  $x$  kehitystä kuvataan mallilla

$$\Delta x_t = Ax_{t-1} + a + \varepsilon_t,$$

missä  $A \in \mathbb{R}^{16 \times 16}$  ja  $a \in \mathbb{R}^{16}$  ovat mallin parametreja ja  $\varepsilon_t \in \mathbb{R}^{16}$  ovat riippumattomia ja identtisesti jakautuneita satunnaismuuttujia odotusarvolla 0. Parametrit

kalibroidaan sekä historiadataan että käyttäjän näkemysten perusteella. Logaritmiset osakeindeksit ja kuolevuusmallin riskitekijät mallinnetaan diskreettiaikaisena Lévy prosessina (Brownin liikkeen yleistys) kun taas

$$x^1 = (\pi^{p,EU}, \pi^{p,Fi}, \pi^w, z, y^G, y^{MM}, y^{IL}, y^C)^T$$

oletetaan stationaariseksi. Ylläolevassa mallissa tämä vastaa oletusta

$$A = \begin{bmatrix} A^1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

missä matriisiin  $A^1 \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$  kaikki ominaisarvot ovat yksikköympyrän sisällä ja

$$a = \begin{bmatrix} -A^1 \bar{x}^1 \\ a^2 \end{bmatrix},$$

missä  $\bar{x}^1 \in \mathbb{R}^8$  on vektorin  $x^1$  tasapainoarvo (toisin sanoen  $\lim_{t \rightarrow \infty} E x_t^1 = \bar{x}^1$ ) ja  $a^2 \in \mathbb{R}^8$ . Vektori  $\bar{x}^1$  määrää inflaatioiden, työllisyysasteen ja korkojen pitkän aikavälin tasapainoarvot. Vastaavasti vektorin  $a^2$  kaksi ensimmäistä komponenttia määräävät osakkeiden keskimääräiset log-tuotot ja loput määräävät kuolevuusriskitekijöiden keskimääräisen kehityksen.

### 5.3.1 Mallin kalibrointi

Yllä esitetyn mallin parametreista matriisi  $A^1 \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$  ja satunnaistermin  $\varepsilon$  jakauma estimoidaan datasta. Vektorit  $\bar{x}^1$  ja  $a^2$  asetetaan käyttäjän näkemysten mukaisesti. Alla esitettävissä simulaatioissa  $\bar{x}^1$  ja  $a^2$  on valittu siten, että pitkällä aikavälillä saadaan taulukon 5.1 mukaiset mediaaniarvot. Kuolevuusriskitekijöiden  $v^i$  trendi-parametrit on kalibroitu Tilastokeskuksen vuoden 2009 väestöennusteen mukaan.

Estimoinnissa käytetyt aikasarjat saatiin seuraavista lähteistä:

- hintainflaatiot: Eurostat (<http://epp.eurostat.ec.europa.eu>),
- palkkainflaatio ja työllisyysaste: Tilastokeskus ([www.stat.fi](http://www.stat.fi)),
- osakkeet: Dow Jones ([www.djindexes.com](http://www.djindexes.com)),
- korot: Barclays (<https://ecommerce.barcap.com/indices>),
- kuolleisuus: Human mortality database ([www.mortality.org](http://www.mortality.org)).

Matriisi  $A^1$  estimoitiin perinteisellä lineaarisella regressiolla. Merkitsemättömien parametrien eliminoinnin jälkeen saatiin

$$A^1 = 10^{-3} * \begin{bmatrix} -125.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.963 & -2.947 & 0 \\ 0 & -156.9 & 0 & 0 & 1.251 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 106.5 & -221.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24.04 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -88.78 & 688.7 & -442.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -50.36 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 172.8 & -142.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 88.00 & 0 & 0 & -70.39 \end{bmatrix}.$$

Taulukko 5.1: Simulointimallin kalibroinnissa käytetyt mediaaniarvot (prosentteina)

Inflaatiot	Suomi	2,0
	EU	2,0
	Palkka	3,7
Työllisyysaste		71,0
Lainat	Rahamarkkina	3,0
	Valtio	4,2
	Inflaatioidonnoiset	2,2
	Yritys	5,0
Kokonaistuotot	Suomi	8,0
	Global	7,0

Satunnaistermi  $\varepsilon$  mallinnettiin Gaussisen kopulan avulla: 16-ulotteisen jakauman marginaalit muunnetaan monotonisella kuvauksella reaaliakselille siten, että muunnetut marginaalit ovat Gaussisia. Muunnettu jakauma mallinnetaan 16-ulotteisena normaalijakaumana. Alla esitettävissä simulatioissa osaketuottojen residuaalit muunnettiin kuvauksilla

$$\varphi(x) = \begin{cases} x & \text{if } x \geq 0, \\ -\ln(1-x) & \text{if } x \leq 0, \end{cases}$$

joka korjaa vinoa osaketuottojakaumaa lähemmäs normaalijakaumaa. Vastaavasti, käänteismuunnos

$$\varphi^{-1}(x) = \begin{cases} x & \text{if } x \geq 0, \\ 1 - e^{-x} & \text{if } x \leq 0, \end{cases}$$

kuvaa normaalijakautuneen muuttujan epäsymmetriseksi jakaumaksi, jonka vasen häntä on oikeaa paksumpi.

Muunnetun satunnaisvektorin kymmenen ensimmäisen komponentin kovarianssimatriisiksi saatiin  $\Sigma = \text{diag}(s)C \text{diag}(s)$ , missä hajontavektori on

$$s = 10^{-3} * [2.25 \quad 3.47 \quad 3.88 \quad 33.71 \quad 161.39 \quad 180.71 \quad 168.69 \quad 218.53 \quad 91.48 \quad 47.68]$$

ja korrelaatiomatriisi

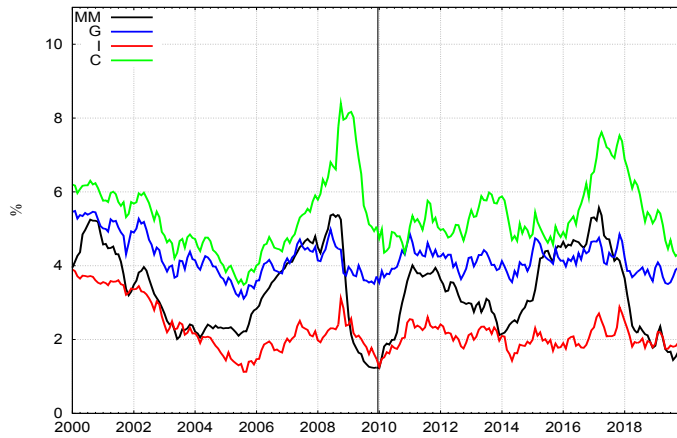
$$C = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.586 & 0.005 & -0.007 & 0.252 & 0.261 & 0.055 & 0.262 & 0.096 & 0.008 \\ 0.586 & 1.000 & -0.002 & -0.027 & 0.099 & 0.042 & -0.078 & 0.145 & -0.054 & -0.013 \\ 0.005 & -0.002 & 1.000 & 0.156 & -0.072 & -0.111 & -0.227 & -0.176 & 0.032 & 0.097 \\ -0.007 & -0.027 & 0.156 & 1.000 & 0.107 & -0.078 & -0.090 & 0.006 & 0.028 & 0.020 \\ 0.252 & 0.099 & -0.072 & 0.107 & 1.000 & 0.589 & 0.363 & 0.341 & 0.157 & 0.302 \\ 0.261 & 0.042 & -0.111 & -0.078 & 0.589 & 1.000 & 0.684 & 0.637 & 0.144 & 0.263 \\ 0.055 & -0.078 & -0.227 & -0.090 & 0.363 & 0.684 & 1.000 & 0.588 & 0.050 & 0.068 \\ 0.262 & 0.145 & -0.176 & 0.006 & 0.341 & 0.637 & 0.588 & 1.000 & -0.068 & -0.079 \\ 0.096 & -0.054 & 0.032 & 0.028 & 0.157 & 0.144 & 0.050 & -0.068 & 1.000 & 0.687 \\ 0.008 & -0.013 & 0.097 & 0.020 & 0.302 & 0.263 & 0.068 & -0.079 & 0.687 & 1.000 \end{bmatrix}.$$

Alla esitettävissä simulaatioissa kuolevuusriskitekijöiden  $v^i$ ,  $i = 1, \dots, 6$  kovarianssimatriisi on asetettu artikkelin [2] mukaisesti. Yksinkertaisuuden vuoksi kuolevuusriskitekijät oletetaan riippumattomiksi muista riskitekijöistä.

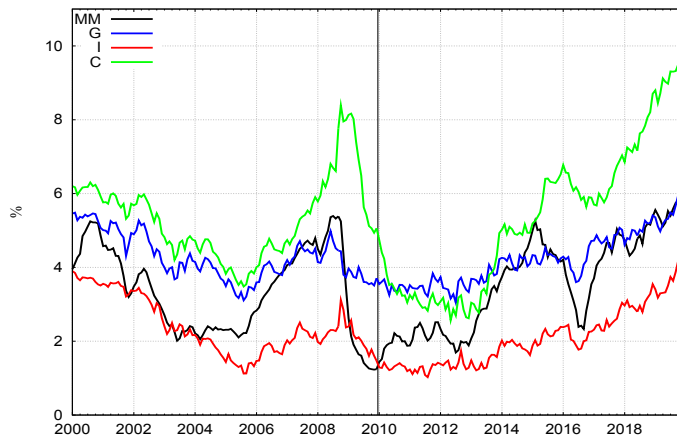
### 5.3.2 Mallin simulointi

Yllä kuvatulla mallilla simuloitiin 200000 skenaariota käyttäen numeerista kvadratuuria. Mallin toimivuuden arvioimiseksi tutkittiin sekä mallin tuottamia yksittäisiä skenaarioita että riskitekijöiden luottamusvälejä. Esitettävissä simulaatioissa  $\bar{x}^1$  ja  $a^2$  on valittu siten, että pitkällä aikavälillä saadaan taulukon 5.1 mukaiset mediaaniarvot.

Kuvissa 5.1–5.12 on esitetty korkojen, osakeindeksien, inflaatioiden, työllisyyssasteen, kuolevuusriskitekijöiden historialliset arvot sekä kaksi yksittäistä simulaatiota sekä mediaani ja 90 ja 99 %:n luottamusvälien kehitys. Kuolevuusriskitekijöiden kehitys pitkällä aikavälillä kuvassa 5.12 ei täysin vastaa kirjoittajien näkemyksiä, sillä pitkällä aikavälillä 50-vuotiaiden vuotuiset elintodennäköisyydet ohittavat 18-vuotiaiden elintodennäköisyydet. Tämä johtuu artikkelissa [2] käytetyn Brownin liikkeen ominaisuuksista. Brownin liike on kuitenkin helposti korvattavissa paremmin käyttäjän näkemyksiä vastaavalla mallilla; katso viite [3].

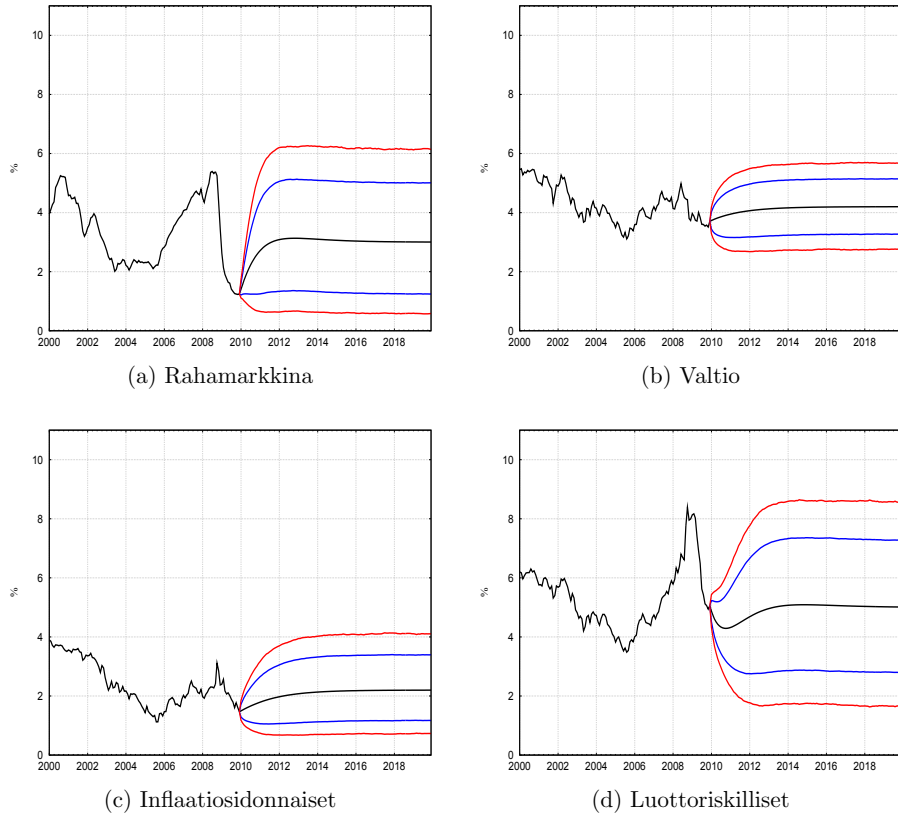


(a) Simulaatio 1

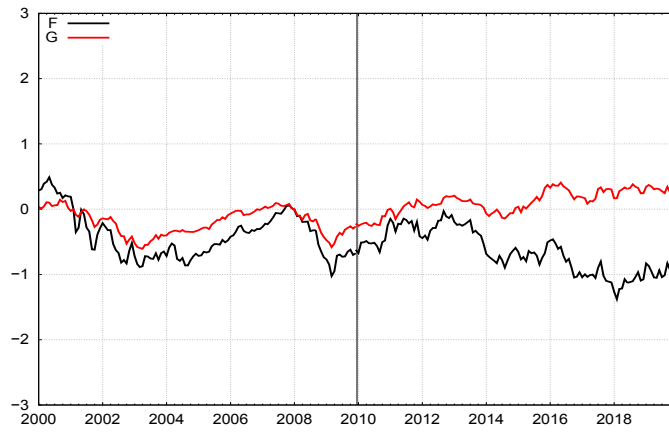


(b) Simulaatio 2

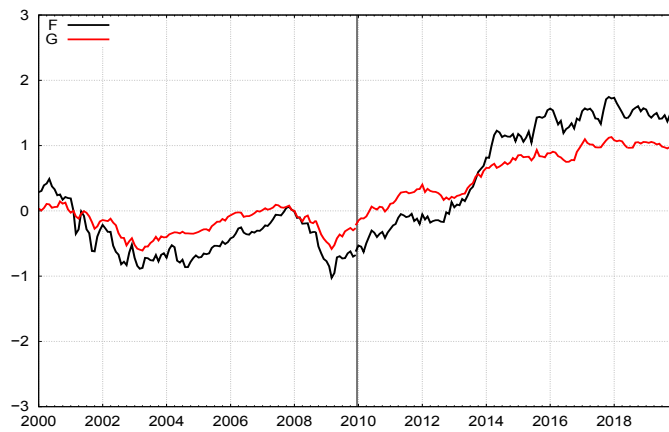
Kuva 5.1: Korot 2000–2009 sekä yksittäinen simulaatio



Kuva 5.2: Korot 2000–2009 sekä mallin tuottama mediaani ja 90 ja 99 %:n luottamusvälit



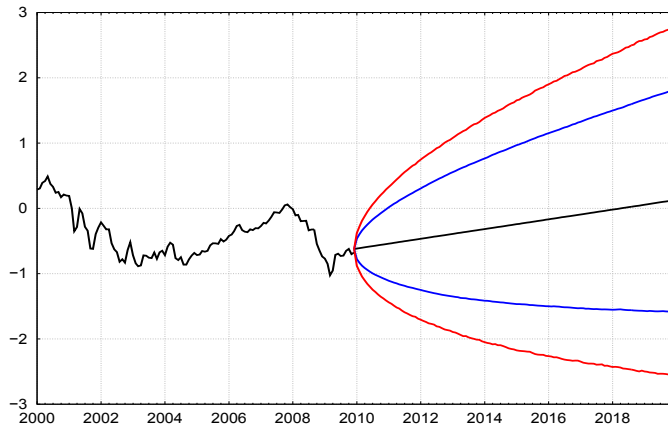
(a) Simulaatio 1



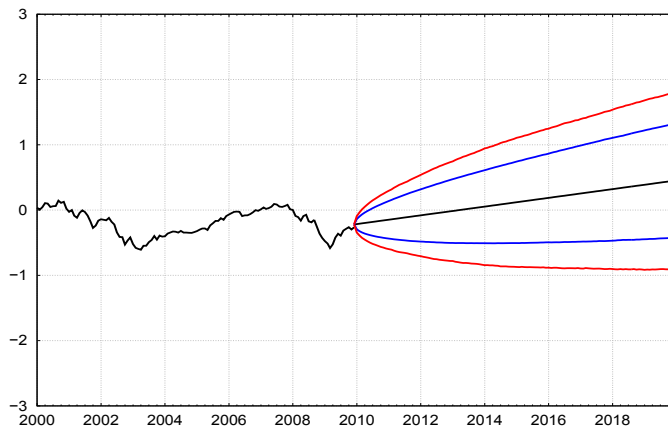
(b) Simulaatio 2

Kuva 5.3: Osakeindeksien logaritmit 2000–2009 sekä yksittäinen simulaatio



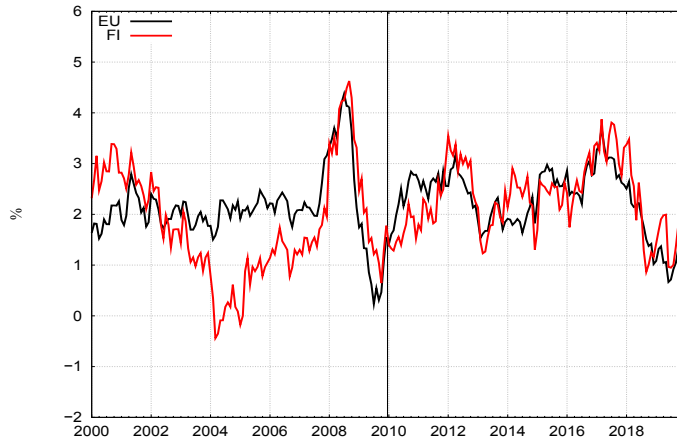


(a) Suomi

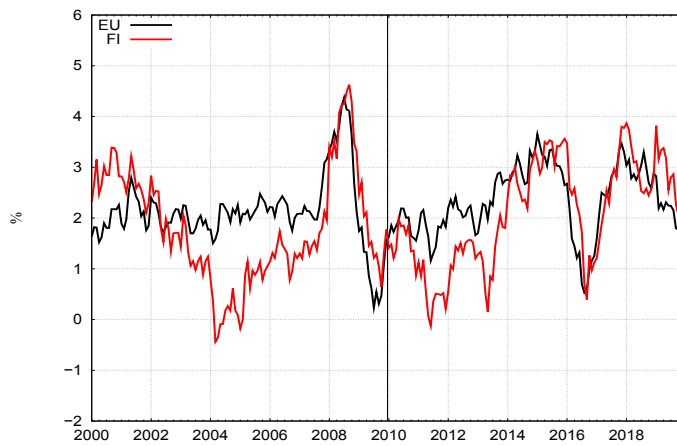


(b) Global

Kuva 5.4: Osakeindeksien logaritmit 2000–2009 sekä mallin tuottama mediaani ja 90 ja 99 %:n luottamusvälit

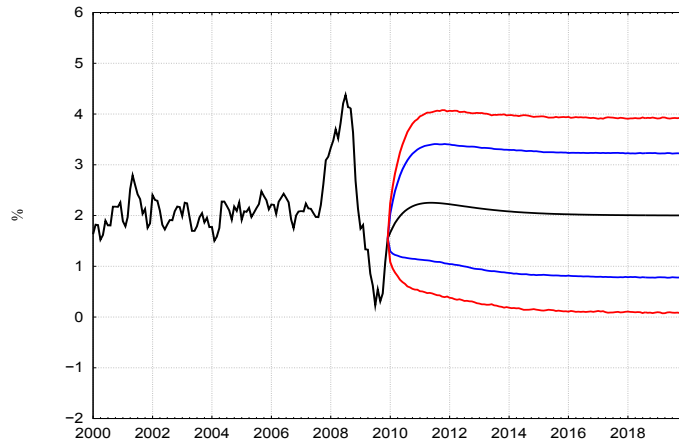


(a) Simulaatio 1

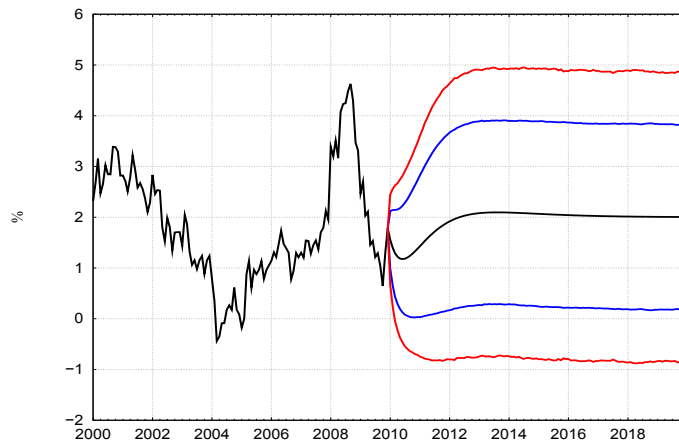


(b) Simulaatio 2

Kuva 5.5: Kuluttajahintainflaatio 2000–2009 sekä yksittäinen simulaatio

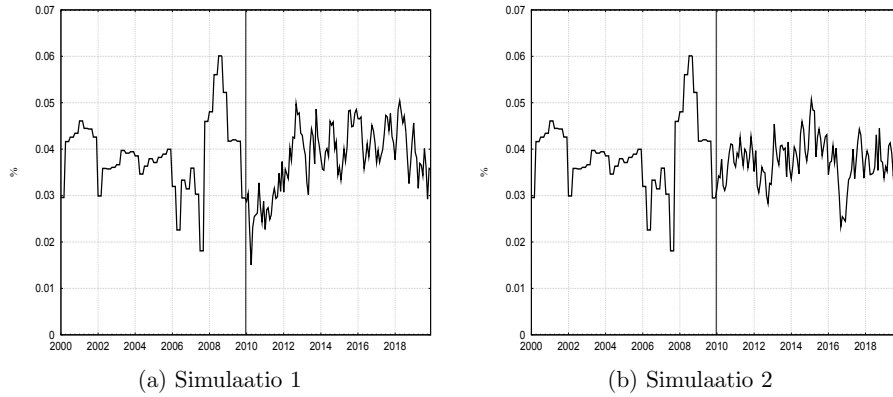


(a) EU

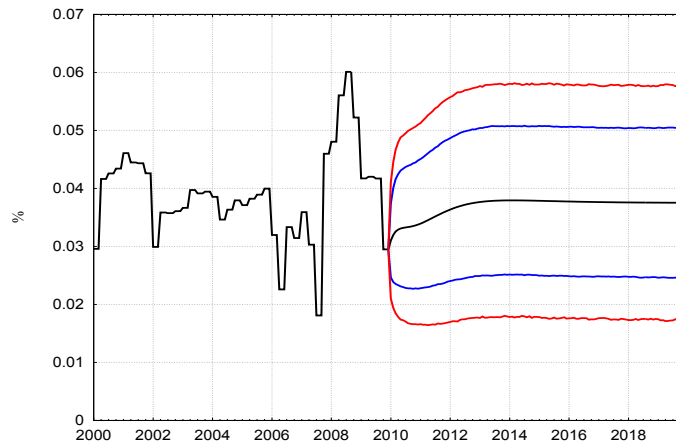


(b) Suomi

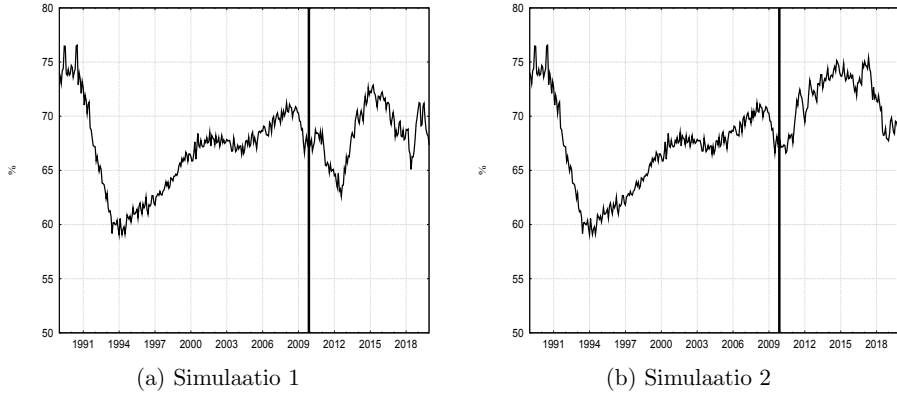
Kuva 5.6: Kuluttajahintainflaatio 2000–2009 sekä mallin tuottama mediaani ja 90 ja 99 %:n luottamusvälit



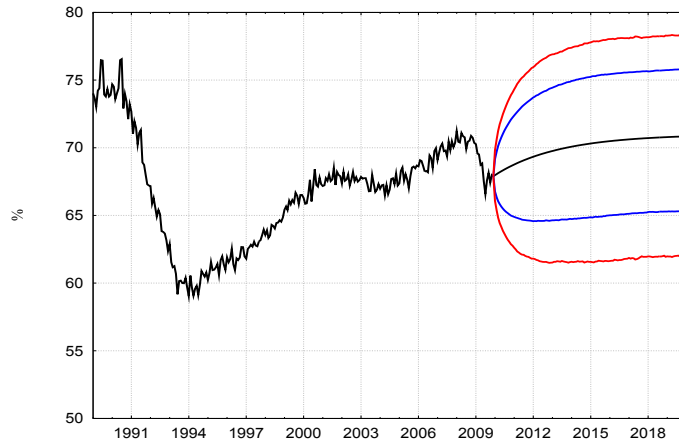
Kuva 5.7: Palkkainflaatio 2000–2009 sekä yksittäinen simulaatio



Kuva 5.8: Palkkainflaatio 2000–2009 sekä mallin tuottama mediaani ja 90 ja 99 %:n luottamusvälit

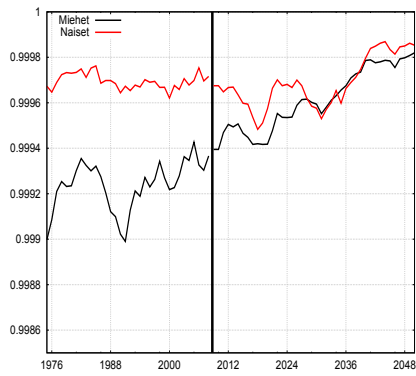


Kuva 5.9: Työllisyysaste 1989–2009 sekä yksittäinen simulaatio

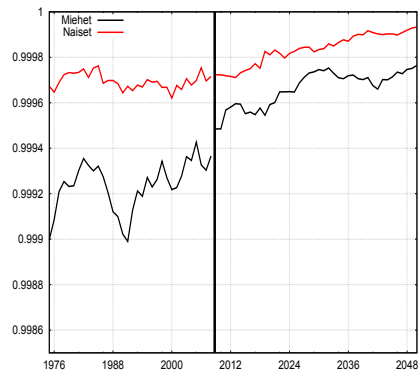


Kuva 5.10: Työllisyysaste 1989–2009 sekä mallin tuottama mediaani ja 90 ja 99 %:n luottamusvälit

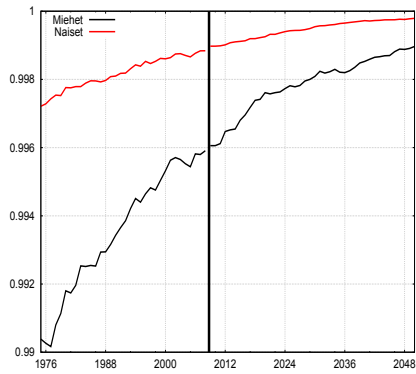
LUKU 5. ELÄKEVAKUUTTAJAN VARA- JA VASTUUMALLI



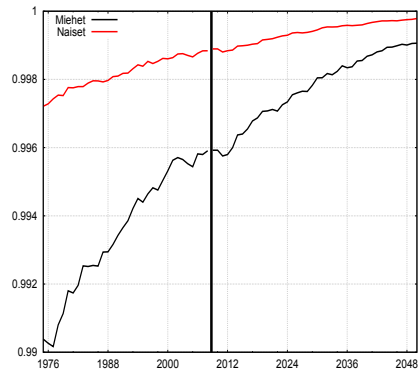
(a) 18 vuotiaat: simulaatio 1



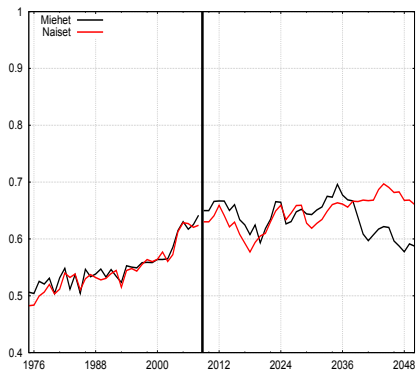
(b) 18 vuotiaat: simulaatio 2



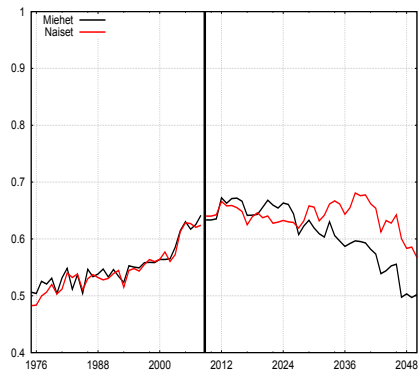
(c) 50 vuotiaat: simulaatio 1



(d) 50 vuotiaat: simulaatio 2



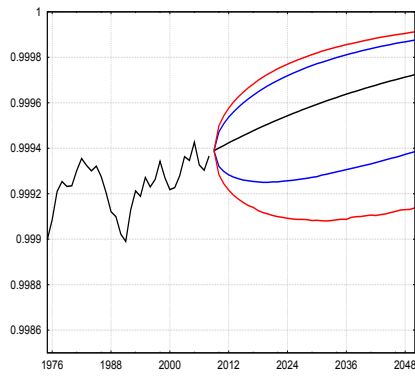
(e) 100 vuotiaat: simulaatio 1



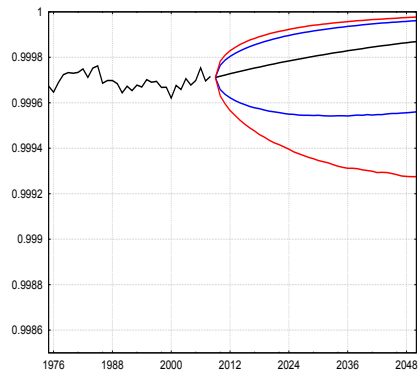
(f) 100 vuotiaat: simulaatio 2

Kuva 5.11: Vuotuiset elintodennäköisyydet 1975–2008 ja mallin tuottamia simulaatioita

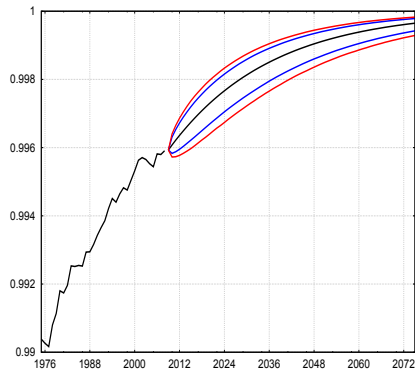
LUKU 5. ELÄKEVAKUUTTAJAN VARA- JA VASTUUMALLI



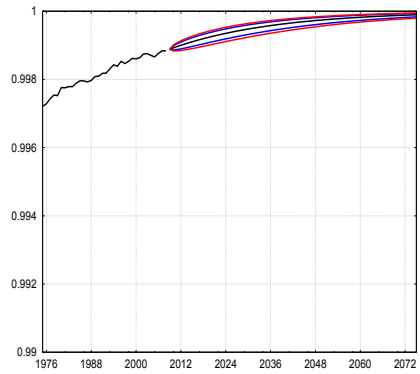
(a) 18 vuotiaat miehet



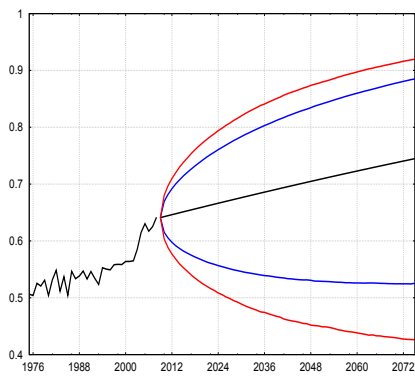
(b) 18 vuotiaat naiset



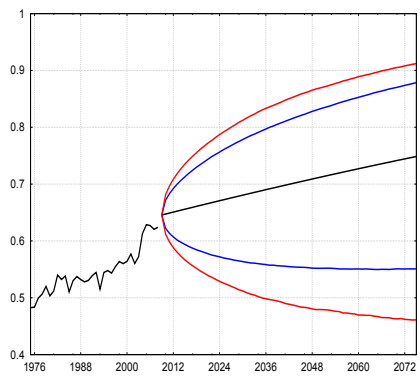
(c) 50 vuotiaat miehet



(d) 50 vuotiaat naiset



(e) 100 vuotiaat miehet



(f) 100 vuotiaat naiset

Kuva 5.12: Vuotuiset elintodennäköisyydet 1975–2008 ja mallin tuottama mediaani ja 90 ja 99 %:n luottamusvälit.

## 5.4 Tuloksia

Yllä esitetyn mallin avulla voidaan tarkastella esimerkiksi vanhuuseläkemenon, palkkasumman ja sijoitustuottojen kehitystä sekä niihin liittyvää epävarmuutta. Vanhuuseläkemenon ja palkkasumman tuleviin kassavirtoihin vaikuttavat kuolevuuden, hinta- ja palkkainflaatioiden sekä työllisyysasteen kehitys luvussa 5.1 kuvatulla tavalla. Sijoitustuotot taas riippuvat luvun 5.2 mukaisesti hintaindekseistä ja koroista. Kombinoimalla nämä riippuvuudet luvussa 5.3 esitetyn stokastisen aikasarjamallin kanssa, saadaan kuvaus vanhuuseläkemenon, palkkasumman ja sijoitustuottojen kehityksestä yli ajan.

### 5.4.1 Eläkemeno ja palkkasumma

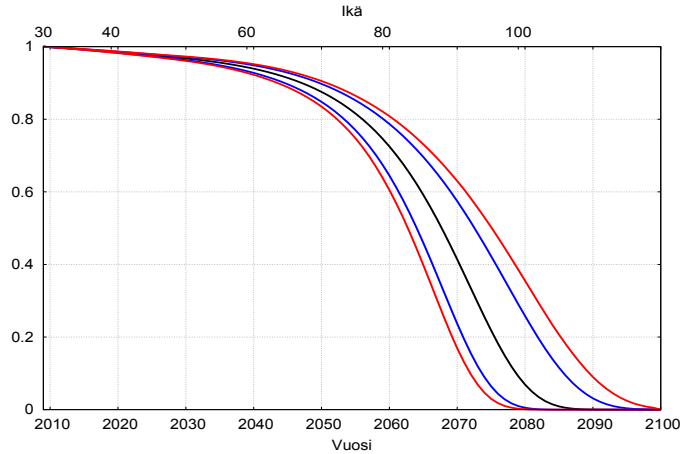
Laskelmissa käytetyt reaalisien vuosittaisen ansiotason muutoksen sekä työllisyysasteen pitkän aikavälin mediaanit (1,75 % ja 71 %) vastaavat ETK:n (perus)laskelman [13] oletuksia. Kuolevuus perustuu artikkelissa [2] esitettyyn kolmen faktorin malliin. Laskelmissa on käytetty suoraan raportin hajontaparametreja, jotka oli estimoitu ajanjakson 1960–2008 suomalaisten kuolevuuksien perusteella. Eliniän kasvun määräävät trendi-parametrit on asetettu siten, että mallin tuottamien elinodennäköisyyksien mediaanien kehitys vastaa Tilastokeskuksen 30.9.2009 julkaisemaa väestöennustetta. Eliniän kehitys on riippumaton taloudellisten riskitekijöiden kehityksestä. Samoin kuin ETK:n laskelmassa [13], nettomaahanmuutoksi on oletettu 15000 vuodessa. Kohorttikohtainen jakauma on sama joka vuosi ja laskettu Tilastokeskuksen vuoden 2009 nettomaahanmuuton tilastosta. Vuoteen 2009 mennessä kertyneet vanhuus- ja työkyvyttömyyseläkeoikeudet, vuoden 2009 jälkeinen työkyvyttömyysintensiteetti, syntyvyys sekä vanhuuseläköityminen perustuvat ETK:n laskelmaan [13]. ETK:n laskelmassa vanhuuseläkkeelle oletetaan jäävän keskimäärin yhä myöhemmin ja myöhemmin odotetun eliniän pidentyessä. Koska tämän luvun laskelmissa käytetään samoja siirtymäosuuksia, laskelmissa vanhuuseläkkeelle jäädään keskimäärin yhä vanhempana, mutta vanhuuseläköityminen on kuitenkin riippumaton elinaikakertoimen toteutuneesta arvosta sekä taloustilanteesta.

Eliniän odotettu kasvu suurentaa kohorttien kokoja vaikuttaen siten sekä palkkasummaan että eläkemenoon. Kuvissa 5.13 ja 5.14 on esitetty vuonna 2009 30- ja 70-vuotta täyttäneiden kohorttien koon kehityksen mediaani, 90 ja 99 %:n luottamusvälit. Kehitys on esitetty suhteessa lähtöhetken kohorttien kokoon kun nettomaahanmuuttoa ei huomioida. Eliniän odotettu kasvu näkyy mm. siten, että mediaanitapauksessa 30 vuotiaista miehistä noin joka kymmenes ja naisista noin joka viides saavuttaa sadan vuoden iän kun taas 70 vuotiaista vastaavat osuudet ovat huomattavasti pienemmät. Kohorttien kokoon liittyy kuitenkin huomattavaa epävarmuutta, joka vaikuttaa erityisesti tulevaan vanhuuseläkemenoon. Odotettavissa oleva huoltosuhteen heikkeneminen ja siihen liittyvä epävarmuus näkyvät kuvassa 5.15, jossa on esitetty vanhushuoltosuhteen (65 vuotta täyttäneiden lu-

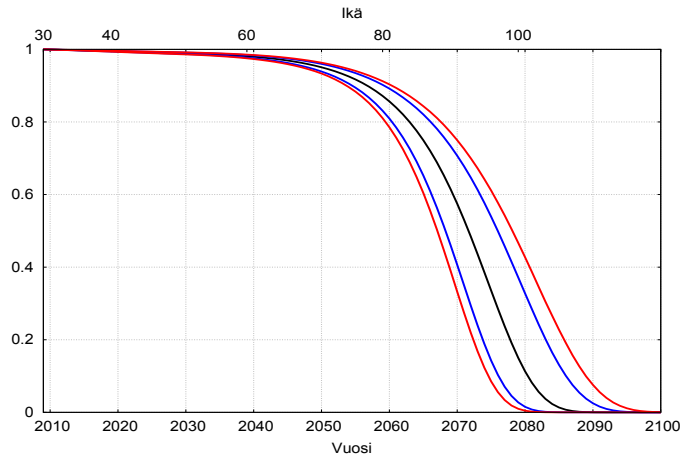


## LUKU 5. ELÄKEVAKUUTTAJAN VARA- JA VASTUUMALLI

kumäärä suhteessa 15–64 vuotiaiden lukumäärään) kehityksen mediaani, 90 ja 99 %:n luottamusvälit sekä ETK:n raporttiin [13, s. 35] perustuvat historialliset arvot 1985–2008 ja ETK:n näkemys vuodesta 2009 eteenpäin.



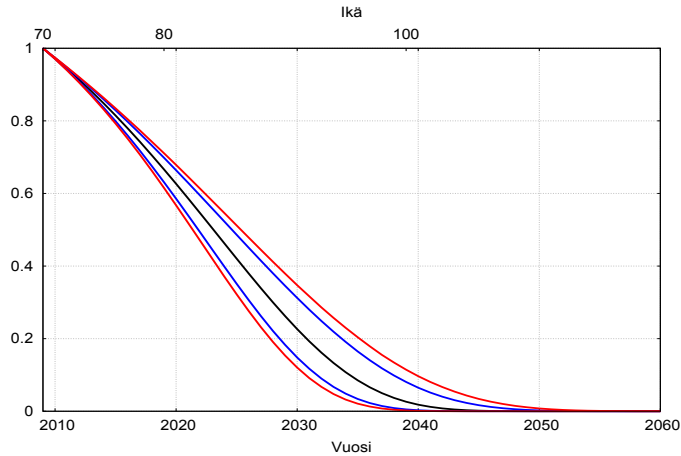
(a) Miehet



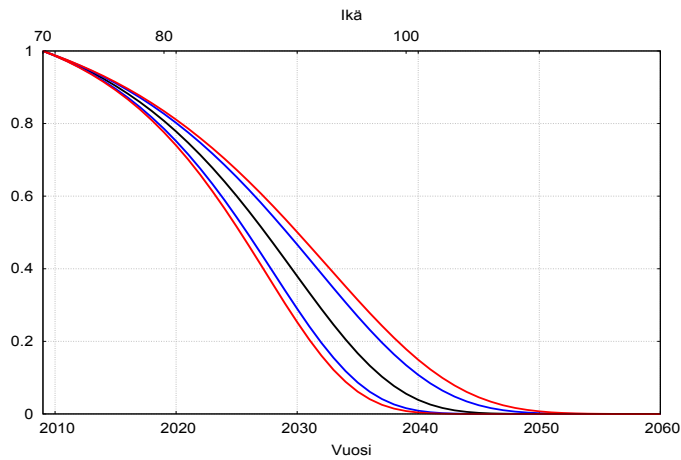
(b) Naiset

Kuva 5.13: 30-vuotiaiden kohortin kehitys suhteessa lähtöhetkeen (ns. “survival index”). Kuvassa mediaani sekä 90 ja 99 %:n luottamusvälit.

Kuvassa 5.16 on esitetty TyEL-palkkasumman ja vanhuuseläkemenon mediaanin sekä 90 ja 99 %:n luottamusvälit vuosille 2010–2075 kun kaikki edellä mainitut riskitekijät on otettu huomioon. TyEL-järjestelmässä eläkkeiden rahoitus hoidetaan pääosin jakojärjestelmän kautta, jolloin vuosittain kerätään eläkeme-



(a) Miehet

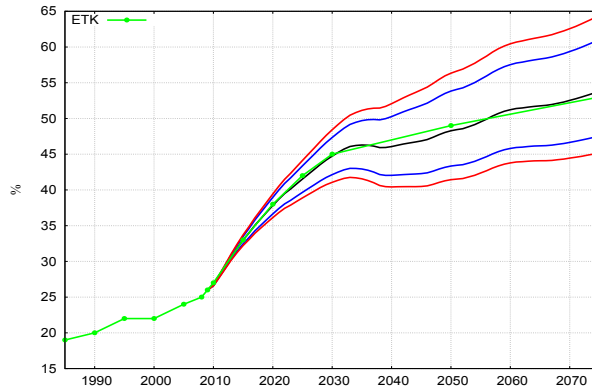


(b) Naiset

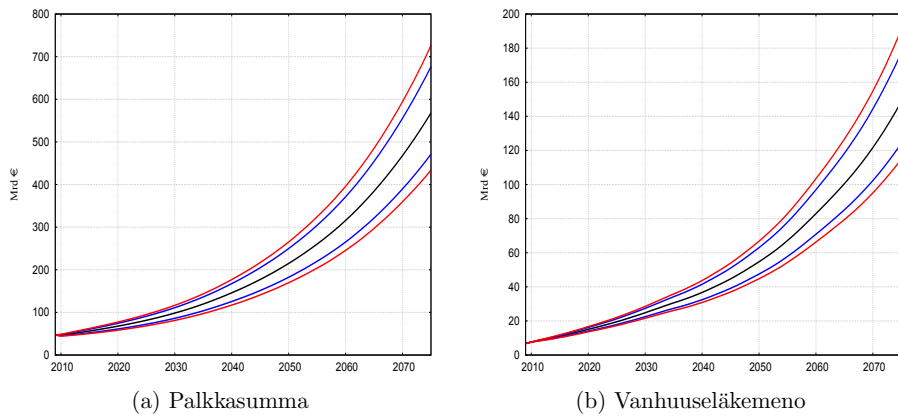
Kuva 5.14: 70-vuotiaiden kohortin kehitys suhteessa lähtöhetkeen (ns. “survival index”). Kuvassa mediaani sekä 90 ja 99 %:n luottamusvälit.

non edellyttämä rahamäärä suoraan yksityisen sektorin palkkasummasta. Järjestelmän kestävyyttä arvioitaessa olennaista on siis eläkemenon ja palkkasumman välinen suhde. Kuvassa 5.17 on esitetty vanhuuseläkemenon suhteessa palkkasummaan 1962–2008 sekä kaksi simulaatiota. Kuvassa 5.18 on esitetty vastaava mediaanin ja 90 ja 99 %:n luottamusvälien kehitys sekä ETK:n laskelma vastaten raporttia [13].

Työntekijän eläkelain 82 §:n mukaan “Vanhuuseläkkeen ja työkyvyttömyyden

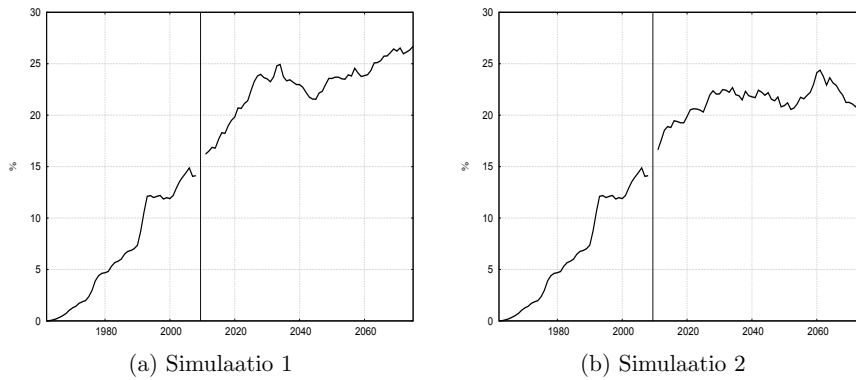


Kuva 5.15: Vanhushuoltosuhteen mediaani, 90 ja 99 %:n luottamusvälit. Mediaani ja ETK:n näkemys ovat yhteneväiset, sillä malli on kalibroitu vastaamaan ETK:n oletuksia.

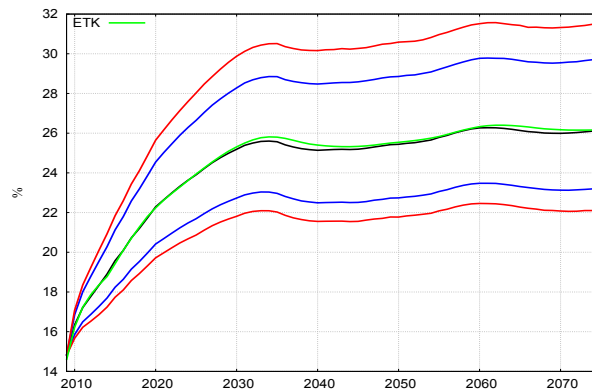


Kuva 5.16: TyEL-palkkasumman ja vanhuuseläkemenon mediaanit, 90 ja 99 %:n luottamusvälit

alkamiseen mennessä ansaittu eläke sopeutetaan eliniän odotteen muutokseen elinaikakertoimella”. Saman lain 83 §:n mukaan “Elinaikakerroin määrätään siten, että sillä muunnetun eläkkeen pääoma-arvo on kulloisenkin viimeisen viiden vuoden käytettävissä olevien Tilastokeskuksen kuolevuustilastojen perusteella laskettuna sama kuin muuntamattoman eläkkeen pääoma-arvo vuonna 2009 laskettuna vuosien 2003–2007 kuolevuustilastojen perusteella. Pääoma-arvoa laskettaessa käytetään kahden prosentin korkokantaa.” Elinaikakertoimen laskentaa on kuvattu tar-



Kuva 5.17: Vanhuuseläkemenno suhteessa palkkasummaan 1962–2008 sekä yksittäinen simulaatio

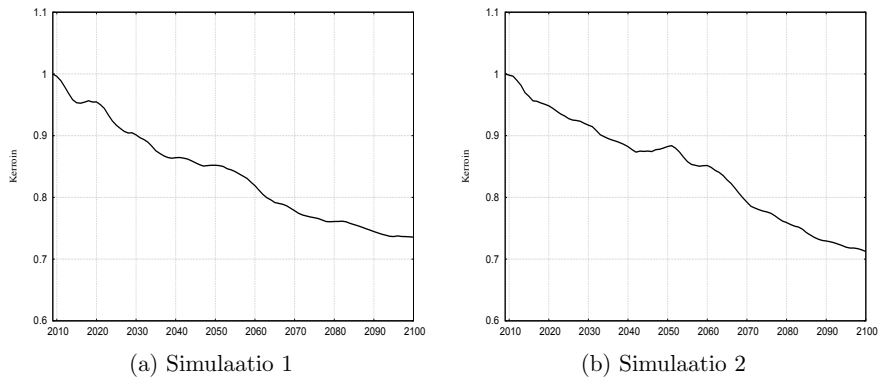


Kuva 5.18: Vanhuuseläkemenno suhteutettuna palkkasummaan. Kuvassa mediaani, 90 ja 99 %:n luottamusvälit sekä Eläketurvakeskuksen laskelma

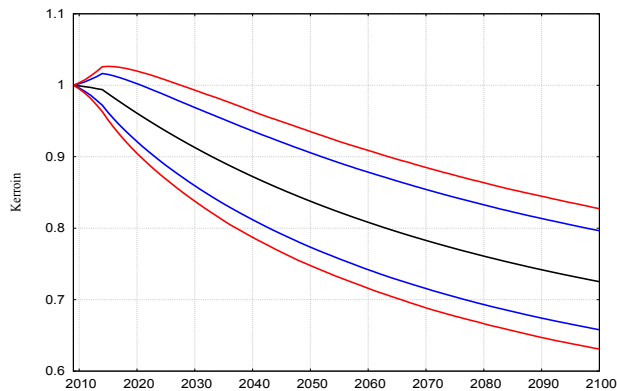
kemmin ETK:n muistiossa [18]. Muistion mukaan Tilastokeskus julkaisee uuden väestöennusteen kahden tai kolmen vuoden välein ja tällä hetkellä kuolemanvaaraluvut on saatavilla 99 ikävuoteen saakka. Tässä elinaikakerroin lasketaan joka vuosi simuloitujen elintodennäköisyyksien perusteella ja ikäluokkaan 120 vuotta asti.

Kuolevuuteen, ja siten myös elinaikakertoimeen, liittyy huomattavaa epävarmuutta. Esimerkiksi ETK:n vuoden 2004 laskelmassa [8] käyttämä arvio vuoden 2025 elinaikakerroimesta oli 0,93 ja vuoden 2075 elinaikakerroimen arvio oli 0,82. Vuoden 2009 [13] laskelmassa vastaavat arviot olivat 0,902 ja 0,749. Kuvassa 5.19 on esitetty kaksi simuloitua elinaikakerroimen realisaatiota vuosille 2010–2075. Yk-

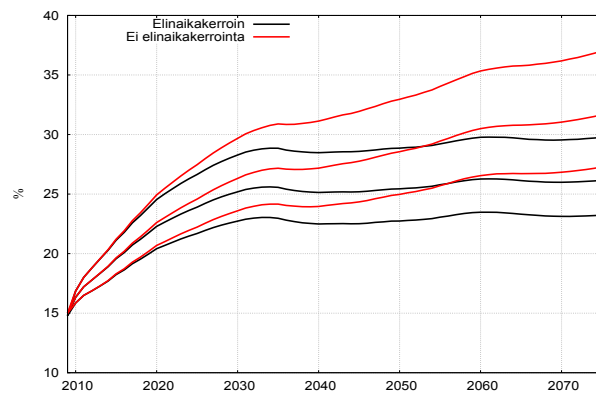
sittäisinä vuosina elinaikakertoimen arvo nousee edellisvuoteen verrattuna, tällöin siis myöhemmin syntyneen ikäluokan eläkkeitä leikataan vähemmän kuin aikaisemmin syntyneen. Kuvassa 5.20 on esitetty elinaikakertoimen mediaani, 90 ja 99 %:n luottamusvälit vuosille 2010–2075. Elinaikakertoimen vaikutusta on esitetty kuvassa 5.21, jossa on verrattu vanhuuseläkemenoa suhteessa palkkasummaan kun eläkeoikeuksia sekä leikataan että ei leikata elinaikakertoimella. Alkuvuosien eläkemenosta suurin osa koostuu eläkeoikeuksista, joihin elinaikakerroin vaikuttanut, joten vaikutus alkaa näkyä selvästi vasta 2020-luvulla.



Kuva 5.19: Simuloituja elinaikakertoimia



Kuva 5.20: Elinaikakertoimen mediaani, 90 ja 99 %:n luottamusvälit



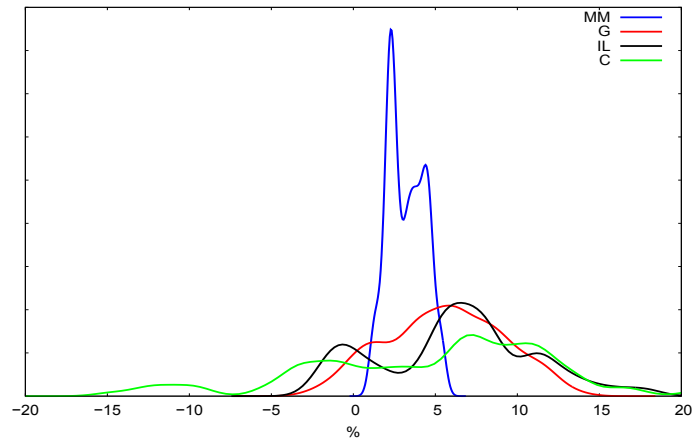
Kuva 5.21: Vanhuuseläkemeno suhteessa palkkasummaan kun elinaikakerrointa ei huomioida. Kuvassa mediaani ja 90 %: luottamusvälit.

### 5.4.2 Sijoitustuotot

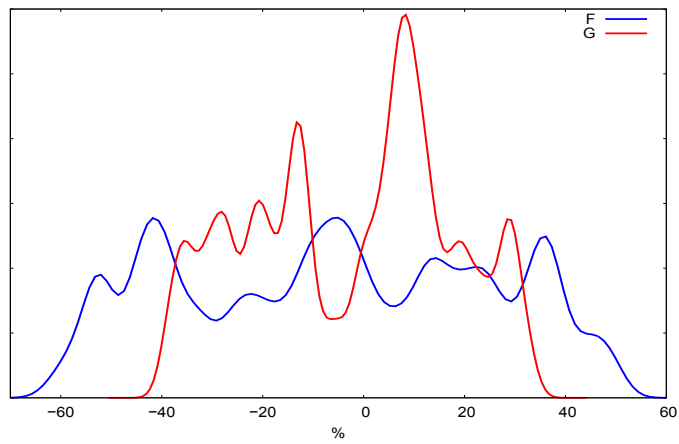
Eläkevakuuttajan vastuovelkaa ja maksutasoa laskettaessa olennaisia riskitekijöitä ovat, vakuutusriskien lisäksi, sijoitustuotot. Alla on esitetty yksittäisten sijoitusluokkien kokonaistuottojen jakaumia. Vakuuttajan sijoitusstrategian vaikutusta portfolion kokonaistuottoihin ja nettovarallisuuteen on käsitelty luvussa 2.3.

Kuvassa 5.22 on esitetty mallinnettujen sijoitusluokkien kuukausittaisten annualisoidujen kokonaistuottojen jakaumat 2001–2009. Kuukausittaiset 108 havaintoa on esitetty normaalian kernel-jakauman avulla. Kuvassa 5.22(b) näkyy selvästi 2000-luvun osakeindeksien negatiivinen kurssikehitys. Keskimääräinen negatiivinen kehitys näkyy myös kuvassa 5.3.

Kuvassa 5.23 on esitetty simuloitujen sijoitusluokkien vuotuisten kokonaistuottojen jakaumat vuosille 2010–2019 kun käytetään taulukon 5.1 mukaisia parametreja. Simuloidut osakkeiden kokonaistuottojakaumat poikkeavat olennaisesti historiallisista kokonaistuottojakaumista, koska vuosien 2001–2009 kehitys ei vastaa mallinnettuja näkemyksiä osakemarkkinoiden tulevasta kehityksestä.



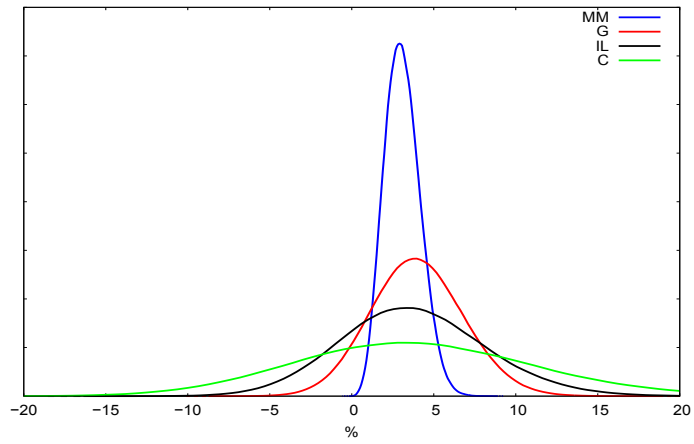
(a) Korot



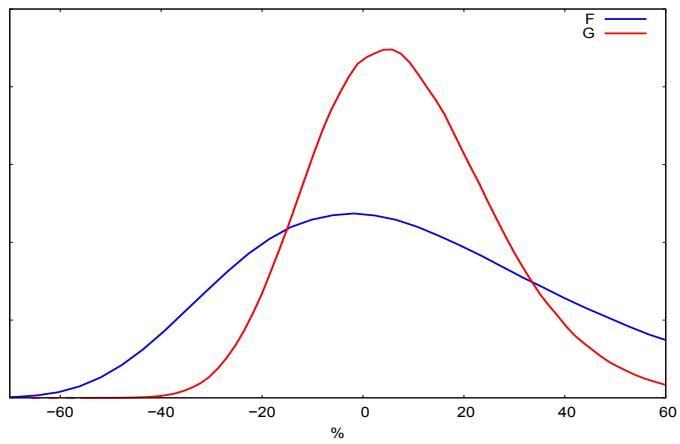
(b) Osakkeet

Kuva 5.22: Historialliset vuotuiset kokonaistuotot 2001–2009





(a) Korot



(b) Osakkeet

Kuva 5.23: Simuloidut vuotuiset kokonaistuotot 2010–2019

## 5.5 Yhteenveto

Tässä luvussa on esitetty yksinkertainen numeeriseen laskentaan soveltuva stokastinen malli vanhuuseläkevakuuttajan varoille ja vastuille. Malli laajentaa viitteissä Koivu, Pennanen ja Ranne [32] sekä Kaliva ja Risku [44] esitettyjä malleja kuvaamalla yritys- ja inflaatiosidonnaisten lainojen tuottoihin sekä kuolevuuteen ja työllisyysasteeseen liittyviä riskejä. Malli voidaan helposti kalibroida vallitsevaan markkinatilanteeseen ja käyttäjän näkemyksiin riskitekijöiden tulevasta kehityksestä.

Mallilla arvioitiin kuinka 2010 alussa voimaan tullut elinaikakerroin vaikuttaa tulevan eläkemenon kehitykseen. Laskelmien perusteella elinaikakerroin pienentää tulevia eläkkeitä merkittävästi, mutta eläkemenon ja palkkasumman suhteeseen liittyy huomattavaa epävarmuutta.

Mallia voidaan käyttää myös laskettaessa vanhuuseläkeoikeuksiin liittyvää vastuovelkaa tai määrättäessä eläkevakuutusmaksua luvuissa 2 ja 3 esitetyllä tavalla.

Mallilla on myös lukuisia muita sovellusalueita. Ottamalla huomioon sekä yksityisen että julkisen sektorin eläkevastuut, saataisiin kuvaus eläkeoikeuksien aiheuttamista riskeistä koko kansantaloudelle. Mallilla voitaisiin myös selvittää elinajan odotteen ja työllisyysasteeseen sidotun eläkeiän vaikutuksia eläkejärjestelmän rahoitukseen.

# Kirjallisuutta

- [1] O. Antila. Sata-komiteasta solvenssiin Vakuutusosastonkuulumisia. Esitelmä Aktuaariyhdistyksen kuukausikokouksessa 21.10.2010.
- [2] H. Aro ja T. Pennanen. A user-friendly approach to stochastic mortality modelling. *European Actuarial Journal*, 1:151–167, 2011.
- [3] H. Aro ja T. Pennanen. Stochastic modeling of mortality and financial markets. *Tutkimusraportti*, 2012.
- [4] Ph. Artzner, F. Delbaen, J.M Eber, ja D. Heath. Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3):203–228, 1999.
- [5] Ph. Artzner, F. Delbaen, ja P. Koch-Medona. Risk measures and efficient use of capital. *Astin Bulletin*, 39(1):101–116, 2009.
- [6] A. Ben-Tal ja A. Nemirovski. *Lectures on modern convex optimization*, sarjassa *MPS/SIAM Series on Optimization*. MPS/SIAM Series on Optimization. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 2001. Analysis, algorithms, and engineering applications.
- [7] P. Biström, K. Elo, T. Klaavo, I. Risku, ja H. Sihvonen. Lakisääteiset eläkkeet, pitkänaikavälin laskelmat 2007. *Eläketurvakeskuksen raportteja*, 2007.
- [8] P. Biström, T. Klaavo, I. Risku, ja H. Sihvonen. Eläkemenot, -maksut ja -rahasotot vuoteen 2075. Eläketurvakeskuksen raportteja, Eläketurvakeskus, 2004.
- [9] F. Black ja M. Scholes. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3):637–654, 1973.
- [10] S. Blome, K. Fachinger, D. Franzen, G. Scheuenstuhl, ja J. Yermo. Pension fund regulation and risk management: Results from an ALM optimization exercise. OECD working paper on insurance and private pensions 8, 2007.
- [11] H. Bühlmann. *Mathematical methods in risk theory*, sarjassa *Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 172*. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 172. Springer-Verlag, New York, 1970.

- [12] F. Delbaen ja W. Schachermayer. *The Mathematics of Arbitrage*, sarjassa *Springer Finance*. Springer Finance. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006.
- [13] K. Elo, T. Klaavo, I. Risku, ja H. Sihvonen. *Lakisääteiset eläkkeet, Pitkänikävälin laskelmat 2009*, sarjassa *Eläketurvakeskuksen raportteja*. Eläketurvakeskuksen raportteja. Eläketurvakeskus, 2009.
- [14] Tilastoraportti vuoden 2007 kustannustenjaosta. *Eläketurvakeskuksen tilastoraportteja*, 3, 2009.
- [15] Rahastosiirtovelvoitteeseen ja perustekorkoon liittyvät laskentakaavat. *Eläketurvakeskuksen laskentaohje*, 2009.
- [16] Vastuunjakoperusteet. *Eläketurvakeskus*, 2009.
- [17] H. Föllmer ja A. Schied. *Stochastic finance*, sarjan *de Gruyter Studies in Mathematics* osa 27.
- [18] M. Hietaniemi. Taustatietoa elinaikakertoimesta. Eläketurvakeskuksen muistio 29.11.2009.
- [19] P. Hilli. *Riskinhallinta yksityisen sektorin työeläkkeiden rahoituksessa*. Väitöskirja, Helsingin kauppakorkeakoulu, 2007.
- [20] P. Hilli, M. Koivu, ja T. Pennanen. A stochastic model for assets and liabilities of a pension institution. 2nd PBSS Section Colloquium, 2007.
- [21] P. Hilli, M. Koivu, ja T. Pennanen. Tyel-järjestelmän vakavaraisuus epävarmassa sijoitusympäristössä, 2008.
- [22] P. Hilli, M. Koivu, ja T. Pennanen. Työeläkkeiden rahoitus ja sen riskienhallinta. *Sosiaali- ja terveysministeriön selvityksiä*, 19, 2008.
- [23] P. Hilli, M. Koivu, ja T. Pennanen. Cash-flow based valuation of pension liabilities. *European actuarial journal*, 1:329–343, 2011.
- [24] P. Hilli, M. Koivu, ja T. Pennanen. Optimal construction of a fund of funds. *European actuarial journal*, 1:345–359, 2011.
- [25] P. Hilli, M. Koivu, T. Pennanen, ja A. Ranne. A stochastic programming model for asset liability management of a Finnish pension company. *Ann. Oper. Res.*, 152:115–139, 2007.
- [26] P. Hilli ja T. Pennanen. Työeläkejärjestelmän rahoituksen uudistamistarpeet. Kirjassa Johanson, J.-E. and Lassila, J. and Niemelä, H., toim., *Eläkevalta Suomessa*. Taloustieto Oy, 2011.
- [27] *The IAIS common structure for the assessment of insurer solvency*. International Association of Insurance Supervisors, 2007.

- [28] *Guidance paper on the use of internal models for regulatory capital purposes*. International Association of Insurance Supervisors, 2008.
- [29] *Riskienhallinta Ilmarisessa*. Keskinäinen työeläkevakuutusyhtiö Ilmarinen, 2009.
- [30] M. Koivu ja T. Pennanen. Galerkin methods in dynamic stochastic programming. *Optimization*, 59(3):339 – 354, 2010.
- [31] M. Koivu ja T. Pennanen. Reduced form modeling of bond portfolios. *Submitted*, 2010.
- [32] M. Koivu, T. Pennanen, ja A. Ranne. Modeling assets and liabilities of a Finnish pension insurance company: a VEqC approach. *Scand. Actuar. J.*, (1):46–76, 2005.
- [33] R. Lee ja L. Carter. Modeling and forecasting U.S. mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87(419):659–671, 1992.
- [34] Hietaniemi M. ja S. Ritola, toim. *Suomen eläkejärjestelmä*. Eläketurvakeskuksen käsikirjoja 2007:5, 2007.
- [35] Yu. Nesterov. *Introductory lectures on convex optimization*, sarjan *Applied Optimization* osa 87. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 2004. A basic course.
- [36] International Association of Insurance Supervisors. Principles on capital adequacy and solvency. Tekninen raportti, 2002.
- [37] International Association of Insurance Supervisors. Insurance core principles and methodology. Tekninen raportti, 2003.
- [38] International Association of Insurance Supervisors. Standard on asset-liability management. Tekninen raportti, 2006.
- [39] International Association of Insurance Supervisors. Standard on the structure of regulatory capital requirements. Tekninen raportti, 2008.
- [40] International Association of Insurance Supervisors. Standard on the use of internal models for regulatory capital purposes. Tekninen raportti, 2008.
- [41] T. Pennanen. Arbitrage and deflators in illiquid markets. *Finance and Stochastics*, 15(1):57–83, 2011.
- [42] T. Pennanen. Superhedging in illiquid markets. *Mathematical Finance*, 21(3):519–540, 2011.
- [43] T. Pennanen. Superhedging in illiquid markets. *Mathematical Finance*, to appear.

- [44] I. Risku ja K. Kaliva. Sijoitusriskien ja rahoitustekniikan vaikutus TyEL-maksun kehitykseen. *Eläketurvakeskuksen keskustelualoitteita*, 6, 2009.
- [45] R. T. Rockafellar. Coherent approaches to risk in optimization under uncertainty. *INFORMS tutorial for November 2007*, 2007.
- [46] R. T. Rockafellar ja S.P. Uryasev. Optimization of Conditional Value-at-Risk. *Journal of Risk*, 2:21–42, 2000.
- [47] V. Savela. Työeläkerahastojen sijoitusrakenne 31.12.2009. TELA, 2008.
- [48] Yksityisten alojen työeläkejärjestelmän vakavaraisuussääntelyn uudistamista selvittäneen laaja-alaisen työryhmän selvitys. *Sosiaali- ja terveysministeriön selvityksiä*, 12, 2010.
- [49] Yksityisten alojen työeläkejärjestelmän vakavaraisuussääntelyn uudistamista selvittäneen asiantuntijatyöryhmän selvitys. *Sosiaali- ja terveysministeriön selvityksiä*, 14, 2010.
- [50] J. Tuomikoski, J. Sorainen, ja S. Kilponen, toim. *Lakisääteisen työeläkevaikutuksen vakuustekniikkaa*. Eläketurvakeskus, 2007.
- [51] Pääomamarkkinat ja kasvu. *Valtiovarainministeriön julkaisuja*, 10, 2012.
- [52] M.V. Wüthrich, H. Bühlmann, ja H. Furrer. *Market-Consistent Actuarial Valuation*. Springer-Verlag, 2008.